



Universidad
Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería Mecánica

INGENIERÍA TÉCNICA INDUSTRIAL MECÁNICA

PROYECTO FIN DE CARRERA

ANÁLISIS M.E.F. DE UN SISTEMA DE RODADURA FERROVIARIO, CON EJES DE DIFERENTES MATERIALES

Autor: Fabiola Mogollón Quiroga

Tutores: Higinio Rubio Alonso

Alejandro Bustos Caballero

Leganés, Octubre 2015.

Título: Análisis M.E.F. de un sistema de rodadura ferroviario, con ejes de diferentes materiales

Autor: Fabiola Mogollón Quiroga

Tutores: Higinio Rubio Alonso y Alejandro Bustos Caballero

EL TRIBUNAL

Presidente: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día 27 de Octubre de 2015 en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE

Agradecimientos

Quiero dar las gracias a toda la gente que me ha apoyado y animado durante esta etapa, amigos y familia, agradecer muy especialmente a mi tutor del proyecto Higinio Rubio Alonso, por su dedicación con todos los alumnos que tutela, por su confianza, paciencia y consejos, también a mi cotutor Alejandro Bustos Caballero por su valiosa ayuda.

No puedo dejar de mencionar lo importante que ha sido para que pueda llevar a cabo el proyecto que **MSC.Software**, la casa que fabrica la versión de Patran/Nastran, facilite la descarga de sus programas con licencias de estudiante y procure material didáctico para el autoaprendizaje, esta buena disposición apoya a la universalidad del conocimiento y a la formación de profesionales que manejen su software.

Resumen

Una de las causas de incidentes y accidentes ferroviarios documentados e investigados por el Ministerio de Fomento de España es la rotura de un eje debido a fatiga. El Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid ha investigado y dirigido varios proyectos fin de carrera dedicados al estudio de ejes ferroviarios.

El presente proyecto es un estudio de un eje ferroviario en el supuesto de estar constituido por aleaciones de aluminio o titanio en vez de acero. Estos materiales son ideales para aplicaciones donde su bajo peso y su resistencia mecánica a la tracción son factores de gran influencia en el diseño, por lo que se utilizan comúnmente en sectores industriales como la aeronáutica y automoción. ¿Qué ocurriría si el eje ferroviario estuviera fabricado en aluminio o titanio? ¿Es relevante en esta aplicación la disminución de peso?

Una exposición teórica acerca de distintos conceptos acercara a las bases necesarias para entender la tecnología ferroviaria del eje, los cálculos, la metodología y se realizara un examen de sensibilidad de los programas empleados.

En el desarrollo del proyecto se calcularan las respuestas del acero, aluminio y titanio, ante diferentes estudios, (análisis de tensiones y deformaciones, durabilidad y modos propios de vibración) por medio de técnicas analíticas y el método de los elementos finitos empleando dos programas informáticos que tienen esta aplicación, CATIA y PATRAN/NASTRAN.

Al compilar la información obtenida en los resultados y evaluarla, se obtendrán las conclusiones.

Abstract

One of the causes of railway incidents and crashes documented and investigated by the Public Works Ministry (Department for Transport) of Spain is the breakage of an axle due to fatigue. The Mechanical Engineering Department of the University Carlos III in Madrid has researched and directed several thesis concerning axles of railway vehicles.

The study of a rail axle is the main purpose of this project. It focuses on the rail axle made of aluminium alloys or titanium instead of steel. It is been found, that these materials are ideal for applications where low weight and strength of materials are comparable with steel are factors of great influence in the design. Therefore, they are commonly used in industrial sectors such as aerospace and automotive. What would happen if the rail axis was manufactured in aluminium or titanium? Is the decrease in weight relevant in this application?

A theoretical introduction discusses the various concepts used throughout this work, in order to provide necessary understanding of railway axis technology, calculations, methodology and a review of accuracy of a measurement on the used software programs.

During the development of this project, responses of steel, aluminium and titanium are calculated (analysis of stresses and deformations, life and modes of vibration) by means of analytical techniques and the Finite Element Method (FEM) using two software with this application, CATIA and PATRAN/NASTRAN.

As a continuation I will compile the information obtained from the results and evaluate them, the conclusions will be obtained.

Índice general

1. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....	1
1.1. Justificación del proyecto.....	2
1.2. Ámbito e introducción al proyecto.....	2
1.3. Objetivos.....	6
1.4. Medios empleados.....	7
1.5. Estructura de la memoria	8
2. INTRODUCCIÓN A CONCEPTOS FERROVIARIOS. EL TREN CIVIA	10
2.1 Introducción	11
2.1.1 <i>Historia del tren CIVIA</i>	11
2.2. La vía férrea	12
2.2.1. <i>Ancho de vía</i>	13
2.2.2. <i>El carril</i>	14
2.3. Material rodante ferroviario	15
2.3.1. <i>Clasificación de trenes</i>	15
2.4. Estructura del tren CIVIA	17
2.4.1. <i>Bogies del CIVIA</i>	18
2.4.2. <i>Bogies motores y sus componentes</i>	19
2.4.2.1. <i>Bastidor</i>	19
2.4.2.2. <i>Ejes y ruedas</i>	19
2.4.2.3. <i>Cajas de grasa</i>	19
2.4.2.4. <i>Suspensiones</i>	20
2.4.2.5. <i>Frenos</i>	21
2.4.2.6. <i>Elementos auxiliares</i>	22
2.4.2.7. <i>Reductores</i>	22
2.4.2.8. <i>Motores de tracción</i>	23
2.5. Sistemas de tracción y auxiliar	23
2.6. Caja	24
2.7. Equipos auxiliares	25
2.8. Ejes y ruedas	25
2.8.1. <i>Eje montado</i>	25
2.8.2. <i>Ruedas</i>	26
2.8.3. <i>Ejes</i>	28
3. FUNDAMENTOS DEL DISEÑO DE MÁQUINAS.....	29
3.1. Introducción	30
3.2. Propiedades mecánicas de los materiales. Ensayo de tracción.....	30
3.3. Análisis estático	32
3.3.1. <i>Criterios de fallo estático. Tensión equivalente</i>	32
3.3.2. <i>Criterios de fallo en materiales dúctiles</i>	33

3.4. Fenómeno de Fatiga.....	34
3.4.1. Introducción.....	34
3.4.2. Diagrama de fatiga (S-N). Resistencia a la fatiga y límite de fatiga.....	35
3.4.3. Factores modificativos del límite a fatiga.....	36
3.4.4. Diseño por resistencia a la fatiga frente a cargas fluctuantes	48
3.4.5. Diagrama $\sigma_m - \sigma_a$. Teorías de fallo por fatiga	49
3.4.6. Tensión alternante equivalente.....	51
3.4.7. Línea de carga.....	52
4. INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	54
4.1. Introducción.....	55
4.2. Descripción matemática del método.....	56
4.3. Principios generales aplicados a un continuo elástico.	57
4.3.1. Ecuaciones de equilibrio. Principio de los trabajos virtuales (PTV)	57
4.3.2. Funciones de interpolación	59
4.3.3. Síntesis de las características globales.....	60
4.3.4. Imposición de condiciones de contorno. Solución.....	61
4.4. ¿Cómo trabaja el MEF en la práctica?	61
4.4.1. Preproceso.....	61
4.4.2. Proceso	61
4.4.3. Postproceso	62
4.4.4. Tipos de análisis ingenieriles	62
5. METODOLOGÍA.....	63
5.1. Introducción.....	64
5.2. Metodología del planteamiento del problema.....	64
6. ANÁLISIS DE LAS HERRAMIENTAS USADAS	68
6.1. Introducción.....	69
6.2. Datos del problema.....	69
6.3. Cálculo estático analítico de la viga	70
6.3.1. Cálculo de movimientos.....	70
6.3.2. Cálculo de esfuerzos	71
6.4. Análisis estático con CATIA V	74
6.4.1. Introducción.....	74
6.4.2. Preprocesado.....	74
6.4.3. Procesado	78
6.4.4. Postprocesado	79
6.4.5. Remallado.....	83
6.5. Análisis estático con PATRAN-NASTRAN	84
6.5.1. Introducción.....	84
6.5.2. Preprocesado.....	86
6.5.3. Procesado	89
6.5.4. Postprocesado	89
6.6. Comparación de resultados.....	91
6.6.1. Variación de los resultados con los remallados en CATIA	91
6.6.2. Cálculo de errores	93
7. CREACIÓN DE LA GEOMETRÍA	98
7.1. Introducción.....	99
7.2. Modelado del eje como un sólido con CATIA V	99
7.2.1. Problemas encontrados al exportar la geometría y mallar en PATRAN:	100
7.3. Modelado del conjunto eje montado y carriles con CATIA V	101
7.3.1. Características geométricas del eje montado.....	103
8. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y DATOS DE PARTIDA.....	105
8.1. Introducción.....	106
8.1.1. Hipótesis	107
8.2. Materiales	108
8.2.1. Aceros	108
8.2.2. Eje.....	109
8.3. Cargas del eje	112
8.3.1. Peso propio.....	112
8.3.2. Carga máxima admisible	112
8.3.3. Pretensado	113

8.4. Restricciones	115
9. ANÁLISIS ESTÁTICO DEL EJE	116
9.1. Cálculo estático analítico aproximado	117
9.2. Análisis estático del eje en CATIA V	118
9.2.1. Cargas.....	119
9.2.2. Restricciones	120
9.3. Análisis estático del eje en PATRAN/NASTRAN	120
9.3.1. Mallado	121
9.3.2. Cargas y restricciones.....	123
9.3.3. Análisis.....	124
9.4. Resultados	124
9.4.1. Desplazamientos	124
9.4.2. Tensión en dirección longitudinal, σ_y	126
9.4.3. Tensión máxima principal σ_1	128
9.4.4. Tensión de Von Mises σ_{VM}	129
9.5. Análisis de los resultados	130
9.5.1. ¿Por qué los valores obtenidos para las tensiones casi no varían al cambiar de material entre el acero, aluminio y titanio elegidos?	131
9.5.2. Factores de seguridad estáticos	133
10. ANÁLISIS A FATIGA PATRAN/NASTRAN	134
10.1. Introducción	135
10.2. El análisis estándar S-N	136
10.2.1. Datos de entrada para modelos de estimación de la vida a fatiga	137
10.2.2. Procedimiento práctico para realizar el análisis S-N.....	137
10.2.3. Diagramas de fatiga S-N.....	141
10.3. Resultados	142
10.3.1. Duración Log N – Repeticiones	142
10.3.2. Tensiones máximas en condiciones de fatiga.	143
10.3.3. Factores de seguridad empleando el criterio de Goodman	145
11. ANÁLISIS MODAL DEL EJE MONTADO.	146
11.1. Introducción	147
11.2. Estimación de la frecuencia máxima a la que trabaja el eje en la rodadura	148
11.3. Preprocesado	149
11.3.1. Mallado	150
11.3.2. Materiales	151
11.3.3. Cargas.....	151
11.4. Procesado	153
11.4.1. Análisis del contacto entre elementos	153
11.4.2. Análisis modal.....	154
11.5. Resultados y análisis de los resultados.....	155
11.5.1. Modos propios, algunos gráficos	157
12. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	161
12.1. Conclusiones	162
12.2. Posibles trabajos futuros	164
13. ANEXO A: PLANOS: CONJUNTO DEL EJE MONTADO, EJE FERROVIARIO, PERFILES UIC-54 Y UIC-60	165
14. ANEXO B: PARÁMETROS A INTRODUCIR EN EL ANÁLISIS S-N CON PATRAN	169
Generación de las propiedades estandar S-N [6].....	170
15. PRESUPUESTO	173
16. REFERENCIAS	175

Índice de figuras

Figura 1. Rotura del cuerpo de eje de un tren de pasajeros de media distancia (a)	2
Figura 2. Tren de Cercanías CIVIA – Renfe [2].	4
Figura 3. Conjunto de eje montado y railes modelado en el proyecto con un programa CAD: CATIA V	4
Figura 4. Componentes de la vía.	12
Figura 5. Forma de medir el ancho de vía	13
Figura 6. Partes del carril de patín plano ó UIC	14
Figura 7. Clasificación de trenes según su estructura.	16
Figura 8. Distribución tipos de tracción en trenes autopropulsados.	16
Figura 9. Modularidad en los trenes CIVIA y distribución de la tracción.	17
Figura 10. Bogie motor y bogie remolque del CIVIA [13].	18
Figura 11. Bastidor Siemens [14].	19
Figura 12. Diseños de la armadura de cajas de grasa de una, dos y tres piezas. [15]	20
Figura 13. Suspensión primaria muy similar a la del CIVIA. Se puede observar	21
Figura 14. Esquema de suspensiones en un tren [11].	21
Figura 15. Frenos de disco montados sobre el velo de la rueda, como en el eje en estudio [14].	22
Figura 16. Fotografía interna de la caja de un CIVIA [9].	24
Figura 17. Vista lateral en sección de una rueda con sus partes numeradas.	27
Figura 18. Esquema eje	28
Figura 19. Diagramas tensión-deformación de materiales dúctiles y frágiles.	31
Figura 20. Curva de Wöhler. Diagrama de fatiga de un material ferreo.	35
Figura 21. Variación del factor de acabado superficial K_a con la resistencia última del material.	38
Figura 22. Sensibilidad a las ranuras. Cargas de flexión y axiales alternantes.	42
Figura 23. Sensibilidad a las ranuras. Cargas de torsión alternantes.	42
Figura 24. Barra de sección rectangular en tensión o compresión	43
Figura 25. Barra de sección rectangular en flexión simple con un agujero transversal.	43
Figura 26. Barra de sección rectangular en tensión o compresión	43
Figura 27. Barra de sección rectangular en flexión con dos muescas o recortes circulares.	44
Figura 28. Barra de sección rectangular en tensión o compresión simples con estrechamiento y entalles.	44
Figura 29. Barra de sección rectangular en flexión con estrechamiento y entalles.	44
Figura 30. Barra de sección circular en tracción con estrechamiento y entalles.	45
Figura 31. Barra de sección circular en torsión con estrechamiento y entalles.	45
Figura 32. Barra de sección circular en flexión con estrechamiento y entalles.	45
Figura 33. Barra de sección circular en torsión con un agujero transversal.	46
Figura 34. Barra de sección circular en flexión con un agujero transversal.	46
Figura 35. Placa cargada en tensión con un pasador en agujero transversal.	46
Figura 36. Límite a fatiga en la unión del núcleo central y	47
Figura 37. Diversas maneras en que se pueden dividir la tensión media y alternante (a) Esfuerzo alternante, (b) Tensión pulsante, (c) Tensión fluctuante (d) Esfuerzo fluctuante.	49

Figura 38. Teorías de fallo por fatiga con tensión media.	50
Figura 39. Línea de carga en el diagrama de Goodman para vida infinita.	53
Figura 40. Grados de libertad de un nodo.	56
Figura 41. Continuo elástico genérico.	57
Figura 42. Diagrama del procedimiento del análisis de sensibilidad	69
Figura 43. Descripción del problema para el análisis de sensibilidad de los programas.	69
Figura 44. Momentos de inercia de una sección circular.	70
Figura 45. Descomposición de la viga en dos estados superpuestos.	71
Figura 46. Leyes de esfuerzos en la viga.	71
Figura 47. Barra creada en el módulo de Diseño Mecánico.	75
Figura 48. Tipos de elementos sólidos en CATIA V.	75
Figura 49. Opciones disponibles en el módulo de Análisis Estructural.	76
Figura 50. Tamaño de elemento para el primer mallado.	76
Figura 51. Asignación de las propiedades del material	77
Figura 52. Aplicación de restricciones y cargas en la viga.	78
Figura 53. Opción de cálculo y recursos computacionales estimados.	78
Figura 54. Deformada de la viga en CATIA.	79
Figura 55. Campo de desplazamientos de la viga.	80
Figura 56. Campo de desplazamientos en la dirección Z del extremo libre de la “viga 1”	80
Figura 57. Distribución de la mayor tensión principal en la viga.	81
Figura 58. Distribución de la mayor tensión principal en el empotramiento.	81
Figura 59. Tensiones de Von Mises en “viga 1”.	82
Figura 60. Tensión de Von Mises en el empotramiento de “viga 1”.	82
Figura 61. Estimación de CATIA del error cometido.	83
Figura 62. Detalle del afinado del mallado en el empotramiento	84
Figura 63. Aspecto de la ventana de trabajo de Patran y creación de la geometría.	86
Figura 64. Creación del material.	87
Figura 65. Creación del empotramiento.	88
Figura 66. Numeración de ejes en el sistema de coordenadas global.	88
Figura 67. Viga mallada, con cargas y empotramiento asignados a nodos.	89
Figura 68. Deformada de la viga y resultados del desplazamiento según el eje Z.	90
Figura 69. Tensión mayor principal de la viga.	90
Figura 70. Distribución de la tensión de Von Mises a lo largo de la viga.	91
Figura 71. Gráficos de la mayor tensión principal en la sección A, extremo empotrado.	92
Figura 72. Gráficos de la tensión de Von Mises en la sección del extremo empotrado. De izquierda a derecha, mallados tamaño del elemento: 30 mm, 15 mm, 15 mm más afinado de 0.5 mm en esa zona	93
Figura 73. Proceso de revolución del perfil para crear el eje.	99
Figura 74. Plano de una punta del eje con las modificaciones	101
Figura 75. Dimensiones aplicadas al modelado de la llanta,	102
Figura 76. Características geométricas del eje montado que se ha modelado.	103
Figura 77. Juego de vía e inclinación entre el perfil del carril y el de la rueda.	104
Figura 78. Eje montado y carriles según especificaciones modelado en CATIA V.	104
Figura 79. Diámetros de los cilindros de un ajuste.	113
Figura 80. Posición de los ejes en el modelado del eje.	115
Figura 81. Cargas del modelo del eje simplificado con XVIGAS [30].	117
Figura 82. Deformada y diagrama de flectores del modelo del eje simplificado con XVIGAS [30].	117
Figura 83. Mallado final del eje afinando el tamaño del elemento en zonas con concentración de tensiones.	119
Figura 84. Representación sobre el eje de la carga gravitatoria, la carga debida al pretensado y la carga máxima en cada mangueta.	119
Figura 85. Representación de las translaciones restringidas con CATIA V.	120
Figura 86. Semillas de malla para determinar la posición de los nodos en el mallado.	122
Figura 87. Verificación de los bordes de mallado que resulto correcta en el eje.	123
Figura 88. Representación de todas las cargas y restricciones en el eje de acero con PATRAN	124
Figura 89. Desplazamiento en magnitud del eje de acero, aluminio y titanio en CATIA	125
Figura 90. Desplazamiento en magnitud del eje de acero, aluminio y titanio en PATRAN, (mm)	125
Figura 91. Desplazamiento del eje en la dirección Y, en CATIA	126
Figura 92. Desplazamiento del eje en la dirección Y, en PATRAN, (mm)	126
Figura 93. Tensiones del eje en la dirección axial, componente σ_Y del tensor de tensiones, CATIA.	127

Figura 94. Tensiones del eje en la dirección axial, componente σ_y del tensor de tensiones, PATRAN,(MPa)	127
Figura 95. Tensión máxima principal, componente σ_1 del tensor de tensiones, PATRAN,(MPa)	128
Figura 96. Tensiones de Von Mises en el eje formado de acero, aluminio y titanio, CATIA.	129
Figura 97. Tensiones de Von Mises en el eje formado de acero, aluminio y titanio, PATRAN.	130
Figura 98. Análisis básico S-N.	136
Figura 99. Esquema de la estimación de vida a fatiga.	137
Figura 100. Curva S-N con R-Ratio= -1.	138
Figura 101. Campo temporal que hace variar las cargas	139
Figura 102. Tabla para la asociación de un caso de carga a una carga temporal,	140
Figura 103. Diagrama de fatiga S-N según fórmulas de Patran en el Anexo B y	141
Figura 104. Duración del eje en el análisis a fatiga S-N con PATRAN/NASTRAN,	143
Figura 105. . Tensión principal máxima absoluta en el caso de fatiga para el eje fabricado en acero, aluminio y titanio.	144
Figura 106. Mallado del conjunto; eje, rueda y rail.	150
Figura 107. Cargas y restricciones del conjunto.	151
Figura 108. Árbol de operaciones donde se pueden ver materiales,	152
Figura 109. Caso de carga en el caso del eje de acero.	152
Figura 110. Tabla de contacto y parámetros para el contacto entre eje y rueda.	153
Figura 111. Resultados del estado del contacto en el conjunto montado y en despiece.	154
Figura 112: Modo 1 de vibración, aprox. 416 Hz	157
Figura 113. Modo 2 de vibración, aprox. 423 Hz.	158
Figura 114. Ejemplos de otros modos en el eje, los valores de tensión de Von Mises máximos se pueden consultar en la Tabla 30.	159
Figura 115. Ejemplos algunos de modos en la rueda y el carril, los valores de tensión de Von Mises máximos se pueden consultar en la Tabla 30	160

Índice de tablas

Tabla 1. Coeficientes para el cálculo del factor de acabado superficial.	37
Tabla 2. Valores del factor de confiabilidad.	40
Tabla 3. Cálculo de errores en el análisis de sensibilidad del programa CATIA .Primer mallado.	94
Tabla 4. Número de nodos, elementos y error global estimado por el programa.	94
Tabla 5. Cálculo de errores en el análisis de sensibilidad del programa CATIA .2º mallado.	95
Tabla 6. Número de nodos, elementos y error global estimado por el programa.	95
Tabla 7. Cálculo de errores en el análisis de sensibilidad del programa CATIA .Tercer mallado.	95
Tabla 8. Número de nodos, elementos y error global estimado por el programa.	96
Tabla 9. Cálculo de errores en el análisis de sensibilidad de los programas PATRAN-NASTRAN.	96
Tabla 10. Número de nodos, elementos y error global estimado por el programa	97
Tabla 11. Límites en servicio de las dimensiones geométricas	102
Tabla 12. Características mínimas mecánicas derivadas	108
Tabla 13. Propiedades mecánicas del acero seleccionado para las ruedas, AISI 1050.	109
Tabla 14. Propiedades mecánicas del acero seleccionado para los carriles, AISI 1050 [22]	109
Tabla 15. Características mecánicas derivadas	109
Tabla 16. Propiedades mecánicas del acero seleccionado para el eje, AISI 1040 [22].	110
Tabla 17. Propiedades del Aluminio 2024-T4 en la dirección longitudinal de las fibras [21].	110
Tabla 18. Propiedades del Titanio Ti-6Al-4V en la dirección longitudinal de las fibras [21].	112
Tabla 19. Peso del eje para cada material.	112
Tabla 20. Presiones en la superficie de contacto	114
Tabla 21. Valores máximos obtenidos en CATIA.	131
Tabla 22. Valores máximos obtenidos en PATRAN.	131
Tabla 23. Relación entre carga máxima admisible y peso del eje	132
Tabla 24. Valores que se van a usar en los siguientes cálculos.	132
Tabla 25. Cálculo del factor de seguridad estático.	133
Tabla 26. Parámetros que definen los materiales en el análisis S-N	139
Tabla 27. Valores límite de la tensión máxima principal en	144
Tabla 28. Esfuerzos máximos permitidos para ejes macizos con calidad de acero EA1N	145
Tabla 29. Factor de seguridad empleando el criterio de Goodman en fatiga	145
Tabla 30. Resultados de los modos propios de vibración obtenidos. Frecuencias naturales del conjunto y tensiones asociadas.	156

Capítulo 1

Introducción y objetivos

1.1. Justificación del proyecto

El Ministerio de Fomento de España investiga por medio de la “*Comisión de Investigación de Accidentes Ferroviarios*” los accidentes e incidentes ferroviarios con la finalidad de determinar las causas de los mismos y las circunstancias en que se produjeron, con objeto de prevenirlos en el futuro, formulando las recomendaciones oportunas para reducir los riesgos en el transporte ferroviario.

En la memoria anual del año 2012 [1], está documentado que entre las causas de estos está; (a) un incidente por fallo de rotura en un eje motor debido a una fisura inicial que progresa por mecanismos de fatiga hasta provocar la fractura catastrófica y (b) dos accidentes por descarrilamiento cuyo fallo es producido por la combinación del fallo del detector de ejes calientes y como consecuencia la rotura de la mangueta del eje. La Figura 1 ilustra estos dos casos:



Figura 1. Rotura del cuerpo de eje de un tren de pasajeros de media distancia (a) y descarrilamiento de un tren mercancías por rotura de la mangueta de un eje (b) [1].

Aunque estos fallos no fueron producidos por problemas de diseño, sino de uso y mantenimiento, queda demostrada la importancia del eje ferroviario como elemento clave en la seguridad del transporte ferroviario.

El Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos III de Madrid ha investigado y dirigido varios proyectos fin de carrera dedicados al estudio de ejes ferroviarios. El presente proyecto está enmarcado en estas investigaciones.

1.2. Ámbito e introducción al proyecto

El tema central del proyecto es el estudio de un eje ferroviario en el supuesto de estar constituido por una aleación de aluminio (duraluminio serie 2024) o una aleación de titanio (Ti-6Al-4V) en vez de acero desde el punto de vista del diseño mecánico.

Estos materiales son ideales para aplicaciones donde su bajo peso y su resistencia mecánica a tracción son factores de gran influencia en el diseño, por lo que se utilizan comúnmente en sectores industriales como el aeronáutico y automovilístico. ¿Qué ocurriría si el eje ferroviario estuviera fabricado en aluminio o titanio? ¿Es relevante en esta aplicación la disminución de peso?

Una exposición teórica acercara a las bases necesarias para entender la *Tecnología Ferroviaria* del eje, los *Fundamentos del Diseño de Máquinas* introducen a la teoría que sustenta los análisis, igualmente se incluirá el *Método de los Elementos Finitos* como herramienta de cálculo para obtener soluciones a problemas continuos reales mediante la discretización de los sólidos.

Se expondrá la *Metodología* y se realizará un examen de *sensibilidad* de los programas empleados para determinar cómo de exactos son los resultados mediante un ejemplo sencillo y el *cálculo de errores*.

El estudio del eje realizará teniendo en cuenta las cargas más importantes a las que está sometido, bajo ciertas condiciones e hipótesis, estableciendo las condiciones de contorno y materiales concretos que se utilizan, debidamente justificados por normativa y referenciados en fuentes fiables que se usan en la industria.

En el desarrollo del proyecto se calcularán las respuestas del acero, aleaciones de aluminio y titanio, ante diferentes estudios: análisis de tensiones y deformaciones, criterio de fallo estático de Von Mises, factor de seguridad, durabilidad sometido el eje a fatiga con el criterio de fallo de Goodman y modos propios de vibración del eje montado y rail.

El problema se resolverá por medio de técnicas analíticas suficientemente probadas y el *Método de los Elementos Finitos* empleando dos programas informáticos que tienen esta aplicación.

A lo largo de todo el proyecto también se ampliarán detalles de teoría intercalados en los capítulos de análisis, que complementan la teoría necesaria para abordar de forma satisfactoria el problema.

El eje ferroviario que se tiene en cuenta es un eje real cuyos planos del *Cuerpo del Eje* y *Conjunto del Eje Montado* se pueden ver en el “Anexo A”. Forma parte de un bogie remolque, es eje portador (no tractor y gira solidariamente unido a las ruedas) con aplicación en tren CIVIA.

El CIVIA un tren de pasajeros utilizado para transporte en las líneas de cercanías urbanas y periurbanas. Cumple la función de transporte masivo de personas, con alto número de estaciones y frecuentes paradas. Se desarrolló en el año 2000 por CAF, Siemens, Alstom y Bombardier, cuyas unidades compró la compañía Renfe Operadora.



Figura 2. Tren de Cercanías CIVIA – Renfe [2].

Con el objetivo de acercar al lector del proyecto a la tecnología mecánica del tren CIVIA que está en contacto con el eje en la *Introducción a Conceptos Ferroviarios* se hará hincapié en el enfoque del funcionamiento y características técnicas de este tren.

El diseño de elementos mecánicos hoy en día se apoya en la *Ingeniería Asistida por Computador*, conocida por sus siglas en inglés CAE (*Computer Aided Engineering*), esta disciplina integra todos los programas informáticos del proceso productivo que permiten simular y analizar los diseños de ingeniería realizados con el ordenador para valorar sus características, propiedades, viabilidad y rentabilidad. La consecuencia es una mejor etapa de diseño, disminuyendo el número de prototipos y ensayos necesarios, reduciendo costos, tiempos de diseño y de respuesta ante los cambios de producción [3].

La *Ingeniería Asistida por Computador* engloba los sistemas de *Diseño Asistido por Computador* denominados CAD (*Computer Aided Design*) para el dibujo y modelado paramétrico en 2D y 3D, y el análisis por el *Método de Elementos Finitos* (MEF, en inglés: FEM, *Finite Elements Method*), entre otros sistemas (CAM, CNC, CIM) [3].

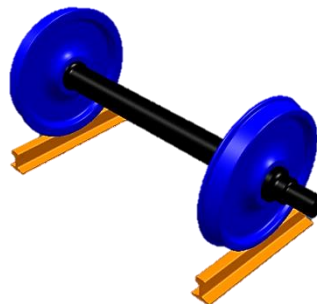


Figura 3. Conjunto de eje montado y railes modelado en el proyecto con un programa CAD: CATIA V

Los programas informáticos con los que se trabajará en el proyecto son CATIA V-R19 y PATRAN/NASTRAN 2014 Student Edition. CATIA es un programa CAD desarrollado por *Dassault Systèmes*, inicialmente para la industria aeronáutica, ya que es capaz de trabajar con superficies complejas, actualmente también es bastante usado en automovilística [4]. CATIA V, acoge un módulo para el cálculo por el MEF.

PATRAN/NASTRAN son programas específicos de cálculo estructural que utilizan el Método de los Elementos Finitos, suelen trabajar juntos y son complementarios, PATRAN es el preprocesador - postprocesador y NASTRAN el procesador. Han sido desarrollados por *MSC.Software*. Para realizar el proyecto en NASTRAN/PATRAN dispondré la versión de estudiante 2014, que me limita trabajar como máximo con 5000 nodos por base de datos.

A la hora de abordar el módulo de análisis para MEF en CATIA y el uso de PATRAN me he encontrado con el problema de que no hay prácticamente bibliografía en español. Busqué algún libro de apoyo en la red de internet y la de bibliotecas, sin resultados y repetí la búsqueda de libros de apoyo periódicamente sin mucha suerte. Recientemente he encontrado bibliografía de la que tenía desconocimiento, existe un libro de CATIA específico para el módulo de MEF y este mismo mes encontré otro libro, que se ha editado el año pasado, sobre PATRAN/NASTRAN en español. Incluso la bibliografía física (no en internet) en inglés de CATIA en el MEF y de PATRAN/NASTRAN, es escasísima a día de hoy.

Sin embargo, este descubrimiento de los libros lo hice después de haber tenido que buscar, seleccionar entre muchos archivos y traducir bibliografía de apoyo en inglés [5] [6]. Esta bibliografía que traduje y a la que accedí en internet, [5] y [6], además de definir comandos, indica los pasos a dar, imprescindibles para poder llevar a cabo un proceso de análisis en la práctica.

Por todo lo comentado, la ardua tarea a la que me he tenido que enfrentar tiene varios puntos positivos; el autoaprendizaje de los programas CATIA V en el módulo de MEF y PATRAN/NASTRAN, evaluar el alcance de estas herramientas y que este proyecto tiene un valor didáctico, que ayuda a cubrir un hueco existente en el conocimiento para alumnos y profesionales que se quieran a acercar a estos programas.

Volviendo al tema central del estudio de eje ferroviario, quiero aclarar que el proyecto no tratará tanto de proponer un cambio de material en el eje a una aleación de aluminio o titanio, sino como de ver qué ocurriría con estos materiales sometidos a las mismas solicitaciones.

Así pues, en el proyecto se dejarán de lado otros aspectos distintos al punto de vista del fallo mecánico que haría que la sustitución de un eje de acero por un eje de duraluminio o una aleación de titanio fuera complicado. Puesto que, si el eje está hecho de una aleación de aluminio, en una unión rígida con las ruedas de acero, se puede producir corrosión por par galvánico entre el aluminio y el acero [7].

Que el eje pudiera estar constituido de una aleación de titanio, es factible también desde el punto de vista de la interacción metálica entre titanio y acero, pero hay que tener en cuenta que el titanio es un material es mucho más costoso que el acero.

1.3. Objetivos

El objetivo fundamental del proyecto es el de plantear y llevar a cabo todos los estudios y análisis que se consideren necesarios de un eje ferroviario portador mediante técnicas analíticas y la aplicación del Método de los Elementos Finitos para evaluar cómo influyen las solicitaciones cambiando la composición del eje.

Los programas con los cuales se realizarán los estudios serán CATIA V y PATRAN/NASTRAN.

Los materiales con los cuales se efectuarán los análisis serán: acero al carbono AISI 1040, una aleación de aluminio (duraluminio serie 2024) y una aleación de titanio (Ti-6Al-4V).

En base a ese objetivo principal, se proponen los siguientes objetivos parciales:

1. Determinar y comparar desde el punto de vista del diseño mecánico las respuestas de deformaciones y tensiones si el eje estuviera fabricado de una aleación de acero, aluminio o titanio.
2. Dilucidar si la disminución de peso que favorece que estos materiales, aluminio y titanio, se usen en otros sectores industriales, compensa en el caso del eje de acero.
3. Analizar los programas informáticos CATIA V en el módulo de MEF y PATRAN/NASTRAN determinando la sensibilidad y precisión de estos, mediante el cálculo de errores.
4. Plantear el problema de forma que queden justificadas, claras y bien definidas, todas las hipótesis, cargas, condiciones de contorno y materiales, para el estudio del eje y del conjunto eje-rueda-rail.
5. Obtener el modelado del eje ferroviario y modelar el conjunto eje-rueda-raíl.
6. Resaltar la importancia de no dejar todo el proceso de cálculo analítico de obtención de tensiones y desplazamientos, a los programas informáticos que aplican el Método de los Elemento Finitos (MEF), para poder evaluar la coherencia de resultados.
7. Realizar el cálculo de tensiones a las que está sometido un modelo del eje bajo cargas estáticas en acero.
8. Aplicar el Método de los Elemento Finitos (MEF) al eje de ferrocarril en acero cuando éste se encuentra sometido a cargas estáticas y comparar los resultados obtenidos con el cálculo analítico previo para estimar si resultados obtenidos con los programas son aceptables. Aplicar el Método de los Elemento Finitos (MEF) al eje de ferrocarril para el eje en caso de estar fabricado de una aleación de aluminio o Titanio. Comparar los resultados obtenidos para los tres materiales.

9. Aplicar el Método de los Elemento Finitos (MEF) al eje de ferrocarril cuando éste se encuentra sometido a cargas fluctuantes o de fatiga, determinar la durabilidad y tensiones bajo las cargas cuando el eje está constituido de acero/aleaciones de aluminio/titanio, evaluar y comparar los resultados al cambiar el material. Se comprueba que para el eje de acero, las tensiones son menores que las máximas admisibles según la Norma Española, *UNE-EN 13103. Aplicaciones Ferroviarias .Ejes portadores. Método de Diseño* [8] y se calcula el factor de seguridad según el criterio de Goodman para los tres materiales.
10. Aplicar el Método de los Elemento Finitos (MEF) al conjunto eje-rail-rueda cargas en acero, aleaciones de aluminio y titanio, para obtener los modos propios de vibración del conjunto eje-raíl-rueda modelado. Evaluar y comparar los resultados al cambiar el material.
11. Introducir al funcionamiento de CATIA V: al análisis estático con el módulo para el MEF, introducir a el proceso de remallado, modelado de la geometría que permita fácil mallado y análisis cuando se exportan piezas o conjuntos a PATRAN/NASTRAN, exponiendo problemas que se encontraron y las soluciones dadas.
12. Introducir al funcionamiento de los programas de aplicación del MEF, Patran/Nastran: las tareas de cada programa y archivos generados importantes, el funcionamiento general de Patran, la importación de archivos desde CATIA, al análisis estático de una pieza unitaria, el análisis de vida a fatiga de una pieza (cómo calcular los parámetros de vida a fatiga que se deben de introducir y creación de cargas cíclicas), el mallado de un conjunto mecánico, análisis de contacto de un conjunto y creación de cargas de contacto entre elementos, el análisis de los modos propios de vibración.

1.4. Medios empleados

Buscando en cumplimiento de los objetivos anteriormente expuestos, se hará uso de la bibliografía incluida en “Referencias” y se emplearán **las aplicaciones informáticas:**

- **CATIA V-R19**, para el modelado y análisis estático de elementos finitos del eje y para el modelado del conjunto eje-raíl-rueda.
- **PATRAN/NASTRAN 2014 Student Edition**, para los análisis de elementos finitos.
- **Aplicación web XVIGAS**, para el cálculo de esfuerzos de un modelo simplificado del eje (momentos flectores).
- **Microsoft Excel** para la manipulación y tratamiento de datos que se extraigan de las aplicaciones informáticas, creando gráficas y tablas.
- **Microsoft Word**, para escribir el proyecto.

1.5. Estructura de la memoria

Para facilitar la lectura de la memoria, se incluye a continuación un breve resumen de cada:

Capítulo 1. Introducción y objetivos. Incluye la presente introducción, los objetivos del trabajo y la estructura de la memoria.

Capítulo 2. Introducción a conceptos ferroviarios. El tren CIVIA. Se hace una introducción a los conceptos ferroviarios del *Material Móvil*. La definición de estos conceptos estará enfocada a la aplicación que el eje en cuestión tiene en la realidad, que es el tren CIVIA. Se introducen también varios parámetros en relación con la geometría que luego se va a aplicar al diseño del conjunto eje-rueda-rail.

Capítulo 3. Fundamentos del diseño de máquinas. Se empieza describiendo las propiedades mecánicas de los materiales metálicos que se obtienen en el ensayo de tracción. Posteriormente se introducen las diferentes formas de plantear el estudio en función del tipo de carga a la que esté sometido, pudiendo diferenciar el análisis por resistencia de un elemento a cargas estáticas en el tiempo o cargas dinámicas que son cargas variables en el tiempo.

Capítulo 4. Introducción al Método de los Elementos Finitos. En la introducción se explica qué es y en qué consiste el MEF. Se continúa con la descripción matemática del método y su aplicación a un sólido elástico. Finalmente se explica cómo trabaja un programa que use el MEF en la práctica: los pasos pre-procesado, procesado, postprocesado y qué tipos de análisis ingenieriles que tienen esta aplicación.

Capítulo 5. Metodología. Se realiza la metodología del planteamiento del problema. Se acotan los límites del estudio. Se desarrolla el plan de trabajo, definiendo los métodos a utilizar y expuesto las técnicas, exponiendo cada punto en tareas y objetivos.

Capítulo 6. Análisis de las herramientas usadas. Se introduce a los programas informáticos usados: CATIA VR19 y PATRAN/NASTRAN 2014 y se realiza un estudio comparativo para determinar la precisión en el cálculo de las herramientas usadas, usando el cálculo de errores.

Capítulo 7. Creación de la geometría. Se modela el eje como una pieza sólida o volumen y se modela el conjunto eje-rail-rueda en CATIA V. Se explica cómo evitar problemas geométricos de cara al posterior mallado en PATRAN.

Capítulo 8. Planteamiento del problema y datos de partida. Se determinan las hipótesis que se aplicaran en los estudios, características de los materiales seleccionados para el eje (se plantean problemas que harían difícil la sustitución del eje de acero por uno de aluminio o titanio), características de los materiales seleccionados para la rueda y raíl, las cargas del eje consideradas y se justifican las restricciones que se aplicarán al eje en el MEF.

Capítulo 9. Análisis estático del eje. Se analiza el eje sometido a las solicitaciones en estática en acero, aluminio y titanio, mediante técnicas analíticas y el MEF con los programas CATIA y PATRAN/NASTRAN. Se comparan y estudian los resultados.

Capítulo 10. Análisis a fatiga PATRAN/NASTRAN 2014 Student Edition. Se introduce a cómo funciona el programa PATRAN/NASTRAN de aplicación del MEF en el análisis de durabilidad a fatiga. Se realiza el análisis a vida total del eje S-N para los tres materiales. Se exponen resultados comparándolos con las tensiones máximas admisibles que establece la normativa ferroviaria. [8]

Capítulo 11. Análisis modal del eje montado. Se explica cómo se puede mallar el conjunto eje-rail-rueda. Se realiza primero un análisis de contacto entre los elementos del conjunto, considerando que los elementos funcionan como un grupo, se obtienen los primeros veinte modos propios de vibración del conjunto.

Capítulo 12. Conclusiones y trabajos futuros. En este apartado se resume y recopila todas las conclusiones que se han obtenido a lo largo del proyecto.

Anexo A: Planos del conjunto del eje montado, eje ferroviario y perfiles UIC-54, UIC-60.

Anexo B: Parámetros a introducir en el Análisis S-N con PATRAN. Extracto de un manual de MSC. Software, sólo incluye unas tablas, para calcular y determinar, con fórmulas los parámetros que deben ser incluidos en la ficha de cada material para poder realizar el análisis de durabilidad S-N.

Presupuesto.

Referencias. Bibliografía de libros, páginas web, normativa y proyectos fin de carrera consultados.

Capítulo 2

Introducción a conceptos ferroviarios. El tren CIVIA

2.1 Introducción

En este apartado se hace una introducción a los conceptos ferroviarios del *Material Móvil* más básicos e importantes que afectan al eje de forma mecánica, me refiero a las piezas que están en contacto con el eje y dónde se encuentra montado. La definición de estos conceptos estará enfocada a la aplicación que el eje en cuestión tiene en la realidad, que es el tren CIVIA. Se describirá parcialmente la tecnología no mecánica que este tren lleva, como por ejemplo sería: la instalación eléctrica de las cajas, tipo de alimentación de energía, etc.

Considero que realizar la introducción ferroviaria a la aplicación del eje del que se dispone el plano, en vez de hablar de ferrocarriles en general, es más interesante, ya que al generalizar sobre ferroviaria no estaría mostrando la tecnología específica que tienen los trenes interurbanos.

La industria ferroviaria tiene directrices comunes en el funcionamiento de componentes, pero incluso acotando las definiciones al material móvil, este sigue siendo heterogéneo, muy diverso, aunque conceptualmente cumpla la misma función.

Las descripciones que incluyo en este capítulo, abarcan las tipologías de los componentes en concreto de este tren, para lograr este objetivo he incluido fotografías de la compañía dueña de estos trenes, RENFE OPERADORA y proveedores habituales de material ferroviario español, como SIEMENS o SFK.

Se introducen también varios parámetros en relación con la geometría que luego se va a aplicar al diseño del conjunto mecánico, el eje montado con los carriles. Las medidas que se tienen en cuenta en detalle, son los perfiles de llantas en las ruedas, perfil del carril, ancho de vía, juego y conicidad de la vía.

2.1.1 Historia del tren CIVIA

Desde el año 2000, **CAF (*Construcciones y Auxiliar de Ferrocarriles*)** ha suministrado más de 500 coches CIVIA para los servicios de cercanías de RENFE. El CIVIA ha sido desarrollado en conjunto por las compañías **CAF, Siemens, Alstom y Bombardier**.

Estas unidades se caracterizan por su modularidad, de tal forma que es factible estructurar trenes en dos, tres, cuatro, cinco y hasta seis coches para adaptar la oferta a la demanda de viajeros según las necesidades de los distintos núcleos, tramos y horarios. Además, estos trenes están adaptados para personas de movilidad reducida y su ligereza permite un notable ahorro de energía [9].

2.2. La vía férrea

Para conseguir una adecuada rodadura y el guiado de los vehículos ferroviarios es necesaria la construcción de una base que soporte los esfuerzos producidos por la circulación, transmitiendo a la plataforma tensiones inferiores a la resistencia admisible. El conjunto que constituye el camino de rodadura de los vehículos ferroviarios, es lo que se llama **vía férrea** o simplemente **vía**.

Las principales funciones de la vía son por un lado el guiado del material rodante, gracias a la forma y las pestañas de las ruedas y por otro, la sustentación de cargas, ya que la vía debe transmitir y repartir las solicitaciones manteniendo la geometría del conjunto.

Para ello las vías deben presentar características de flexibilidad (se busca la elasticidad para contraponer los efectos de la rigidez del contacto rueda-carril), resistencia (permite soportar los esfuerzos longitudinales, verticales y transversales sin que se produzca el colapso plástico) y continuidad (del trazado del carril, lo que obliga a tener en cuenta los efectos de las dilataciones térmicas en el diseño) [10]:

Las vías férreas están principalmente constituidas por la infraestructura y la superestructura:

- La infraestructura civil: Es el conjunto de obras civiles necesarias para construir la plataforma, que es el terreno sobre el cual se va a situar la vía.
- La superestructura: Está situada sobre la infraestructura y es el conjunto de elementos que transmiten las cargas a la explanación y sobre los que se realiza la circulación del material móvil.

La superestructura en su forma más clásica está formada por los raíles o carriles, fijados sobre traviesas transversales o, actualmente, bloques de hormigón, denominándose en este caso **vía en placa**. Las traviesas apoyan sobre un lecho diseñado para que tenga cierta elasticidad formado por el **balasto** (piedras de tamaño entre 30 y 60 mm) y las capas inferiores se denominan **subbalasto** [11]. En la Figura 4 se muestran los componentes de la vía.



Figura 4. Componentes de la vía.

2.2.1. Ancho de vía

El ancho de vía se define como la mínima distancia, en alineaciones rectas, entre las caras interiores de las cabezas de los dos carriles, medida a 14 mm por debajo del plano de rodadura [11].

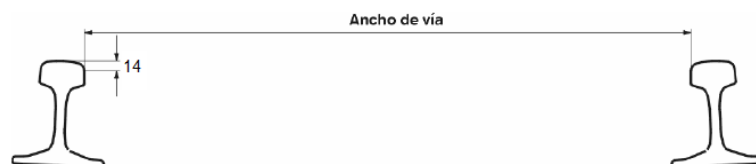


Figura 5. Forma de medir el ancho de vía

El ancho de vía es de 1668 (-3/+6) mm [10] en la vía española de **RENFE (Red Nacional de los Ferrocarriles Españoles)** y de 1435 mm en la vía internacional **UIC (International Unión of Railways)**.

La **vía estrecha**, es la de ancho inferior al normal de un país. Su principal ventaja es su economía, por exigir menores inversiones en infraestructura y superestructura, pero en cambio tiene menor capacidad de transporte de viajeros [11].

Otras características relacionadas con el ancho de vía importantes son:

- **Inclinación de los carriles:** Los carriles se colocan inclinados hacia el interior con respecto a la vertical en recta un valor de 1:20 generalmente, aunque hay explotaciones que utilizan 1:40 [11]. Se puede observar el juego de vía e inclinación del carril en la Figura 77
- **Juego de vía:** Es el espacio entre la pestaña y el carril para que no rocen continuamente con el consiguiente desgaste. Suele estar comprendido entre 9 y 15 mm [11].
- **Sobreancho:** Es el espacio adicional al juego de la vía que se deja entre pestaña y carril para facilitar la inscripción en curva de los vehículos. Depende del radio de la curva y se suele establecer a razón de 1 mm/m [11].
- **Conicidad de las llantas:** Las ruedas de las llantas de los ferrocarriles son cónicas. Esta conicidad disminuye la tendencia al descarrile y consigue que al circular en una curva, la rueda exterior, lo haga sobre un círculo de mayor diámetro que la interior, ya que la fuerza centrífuga que sufre el tren en la curva le hace desplazarse hacia el exterior de ésta. Con ello disminuyen los deslizamientos de las llantas sobre el carril, disminuyendo los desgastes. En general la inclinación de la llanta suele ser de 1:20, similar a la inclinación del carril sobre la rueda [11].

Cuando se circula en recta, la disposición de llantas cónicas da lugar a que cuando una llanta tiene algún avance sobre la otra de su eje, rueda sobre un círculo de diámetro menor que ella, con lo que se avanza menos y es la rueda opuesta la que se adelanta. El eje está sometido por tanto, a un movimiento oscilatorio, denominado de **lazo**, que causa aceleraciones que pueden ser importantes. El problema puede reducirse aumentando el diámetro de las ruedas si es posible o reduciendo la conicidad, por lo que hoy en día se suele ir a inclinaciones de carril y conicidades de 1:40 en lugar de 1:20 [11].

2.2.2. El carril

El carril es el elemento resistente que recibe directamente las cargas de los elementos rodantes del vehículo, formando parte de la superestructura de la vía. Las funciones del carril se indican a continuación [10]:

- Sustentación de cargas longitudinales, transversales y verticales, estáticas y dinámicas, transmitiéndolas a los otros elementos que componen la estructura de la vía.
- Conducción o guiado de los vehículos para que sigan la trayectoria predefinida, y adhesión suficiente para el frenado y aceleración.
- Conducción de corriente de electrificación y señalización. Por el carril vuelven a la subestación la corriente de retorno que entró al motor desde la catenaria por el pantógrafo, y por el carril circulan también las corrientes eléctricas necesarias para la señalización de las líneas.

Carril de patín plano ó UIC (Unión Internacional de Ferrocarriles).

Normalmente el carril se designa por algún acrónimo referido a la administración u organismo que se ha encargado de normalizar sus características y con un número que indica el peso por unidad de longitud.

Los diferentes perfiles UIC se han impuesto en la mayor parte de los ferrocarriles europeos y son a los que se ajustan los perfiles utilizados normalmente por RENFE. La UIC ha normalizado varios perfiles, entre los cuales están el **UIC-54** y **UIC-60 (planos en el Anexo A)** [10].

El carril se puede dividir en las siguientes partes [10]:

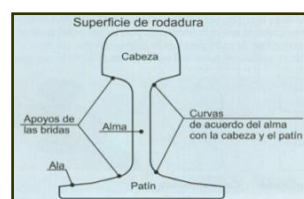


Figura 6. Partes del carril de patín plano ó UIC

- Cabeza: Es la parte del carril que constituye la superficie de rodadura, la forma está diseñada para que sobre ella se acomoden las ruedas de los vehículos. Está sometida a un importante desgaste.
- Alma: Transmite las solicitaciones exteriores desde la cabeza al patín.
- Patín: Se caracteriza por la forma y espesor de las alas. Su principal función es transferir las cargas a los otros elementos de la vía, ya que es la parte de contacto con dichos elementos, y proporciona estabilidad y asiento al carril.

2.3. Material rodante ferroviario

Se llama **material rodante** a todos los tipos de vehículos dotados de ruedas capaces de circular sobre una vía férrea, considerándolos como vehículo aislado.

Llamamos comúnmente **tren** a un conjunto de vehículos, o uno solo, destinado al transporte ferroviario que circulan unidos entre sí por una infraestructura ferroviaria.

2.3.1. Clasificación de trenes

2.3.1.1. Según su estructura

Un tren puede estar formado según su estructura por (Figura 7) [12]:

(a) Un único vehículo, locomotora o automotor: Se denomina **locomotora** al material rodante con motor que se utiliza para dar tracción a los trenes. Según su tipo de tracción pueden ser de vapor, diesel (diesel-eléctricas y diesel-hidráulicas) o eléctricas.

(b) Trenes convencionales o remolcados: Una o varias locomotoras remolcan un conjunto de coches o vagones. La composición puede variarse añadiendo o quitando coches o vagones y locomotoras

(c) Trenes autopropulsados. El tren está formado por unos o varios “trenes autopropulsados”, cada uno de los cuales tiene tracción y espacio para los pasajeros. Con la aparición de los trenes autopropulsados, la distinción entre material motor y remolcado queda un poco confusa.

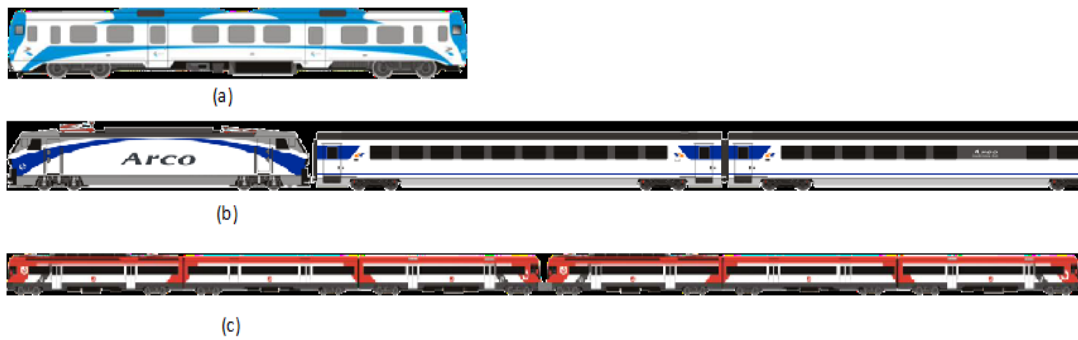


Figura 7. Clasificación de trenes según su estructura.

Los trenes autopropulsados a su vez se pueden clasificar en [12]:

(c. 1) Trenes de tracción concentrada: Es la tracción convencional, realizada por una o dos locomotoras acopladas permanentemente al tren, es decir una cabeza tractora en cada extremo del tren. Ej.: Tren AVE (algunas composiciones), Euromed.

(c. 2) Trenes de tracción distribuida: Cuando los bogies motores no van en una locomotora o motriz, sino que van distribuidos a lo largo del tren. Ej.: Serie 103, CIVIA, Alaris, etc.

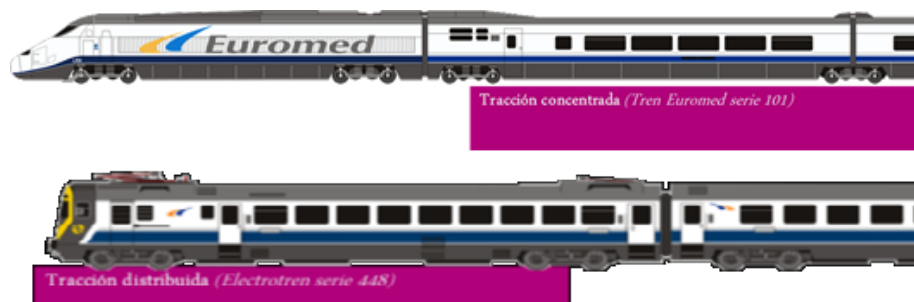


Figura 8. Distribución tipos de tracción en trenes autopropulsados.

2.3.1.2. Según si es material motor o remolcado

- **Material motor.** Con motor destinado a su autopropulsión y/o para la tracción de otro material rodante. Se clasifica en [10]
 - Vehículo tractor: Su misión es remolcar otro material rodante ferroviario
 - Vehículo automotor: Tren autopropulsado de un único vehículo.
 - Material auxiliar: Destinado a prestar servicio a los dos tipos de material motor.

- **Material remolcado.** Es el que para su desplazamiento necesita ser enganchado a material motor. Se clasifica en [10]:
 - Vehículo destinado al transporte de personas (coche), equipajes (furgón), cosas o animales, o destinado a servicios auxiliares de la explotación ferroviaria.
 - Vagón, destinado al transporte de animales o cosas.

2.4. Estructura del tren CIVIA

Atendiendo a la clasificación de trenes presentada en el punto anterior, el tren CIVIA es un automotor de tracción eléctrica. Su tracción está distribuida a lo largo del tren, ejercida por bogies motores, cada bogie motor se comparte por dos coches. Los bogies remolques, están situados en los extremos del tren. Los coches extremos del tren tienen incorporada cabina de conducción. [9]

La velocidad máxima que alcanza son 120 Km /h, por lo tanto pertenece a la categoría de **material rodante convencional**.

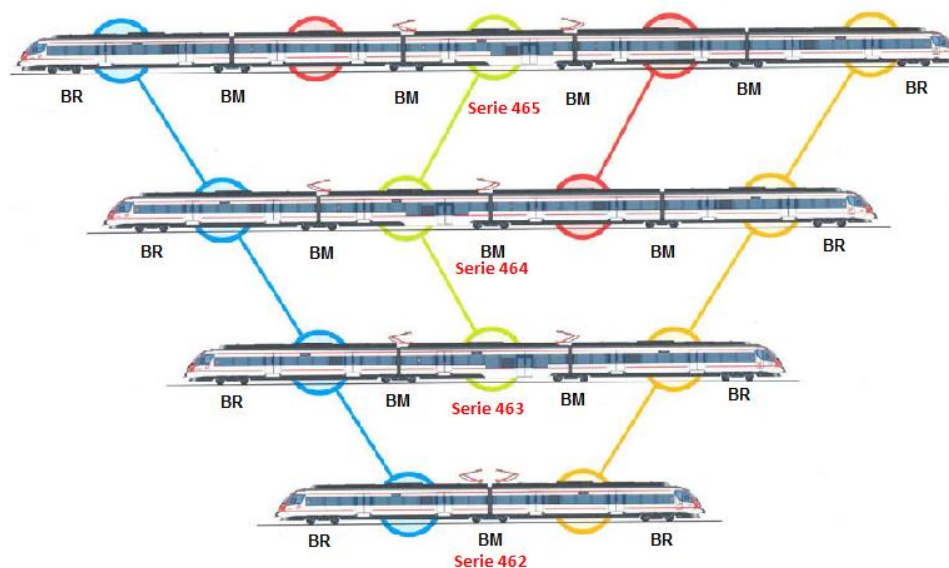


Figura 9. Modularidad en los trenes CIVIA y distribución de la tracción.
BM: Bogie Motor. BR: Bogie remolque. [13]

La familia de los trenes CIVIA tiene una composición modular, esto significa que el número de coches del tren puede variar de dos a cinco coches, incluidos los extremos. Los CIVIA de dos coches se denominan *Serie 462* y la numeración aumenta progresivamente hasta el CIVIA de cinco coches, denominado *Serie 465* (Figura 9), además varios CIVIA pueden circular acoplados con mando múltiple.

Las características técnicas y prestaciones entre las distintas series son idénticas, lo único que varía entre las composiciones es la capacidad en plazas de viajeros. Las composiciones variables permiten flexibilidad en cuanto al número de coches en función de la demanda, de la línea por la que circulen o tramo horario. [9]

2.4.1. Bogies del CIVIA

Un bogie es el conjunto de pares de ruedas montadas sobre ejes paralelos formando un carretón. Constituye el conjunto de rodadura mecánica que sustenta las cajas bien sea de locomotoras, de coches de viajeros, vagones de carga, coches de transportes ferroviario, etc. Es uno de los elementos más importantes junto con las propias cajas y los enganches [10].

Los CIVIA poseen tanto bogies motores como remolques. Los coches extremos del tren apoyan su extremo libre en un bogie remolque y en el extremo opuesto sobre uno motor compartido con el coche adyacente. Los coches intermedios se apoyan en ambos extremos sobre motores compartidos [9]. Tipos de bogie [10] [9]:

- **Bogies motor:** Incorporan los motores y mecanismos de tracción. En el CIVIA los bogies motores llevan dos motores de tracción asíncronos, suspendidos sobre del bastidor, que accionan cada uno de los dos ejes por medio de un acoplamiento y un reductor de doble etapa calado en el eje. La potencia nominal por motor es de 320 kW.
- **Bogies remolcados:** Se caracterizan porque el diseño de los mismos es significativamente más simple que el de los bogies motores. No incorporan los sistemas de tracción, reducción y transmisión al eje, la simplificación también es debida a menor equipamiento de control. Los bastidores, se suelen encontrar sometidos a solicitudes menos fuertes, por lo que, por término general, la conflictividad de los mismos suelen ser menos y necesitan menor mantenimiento.

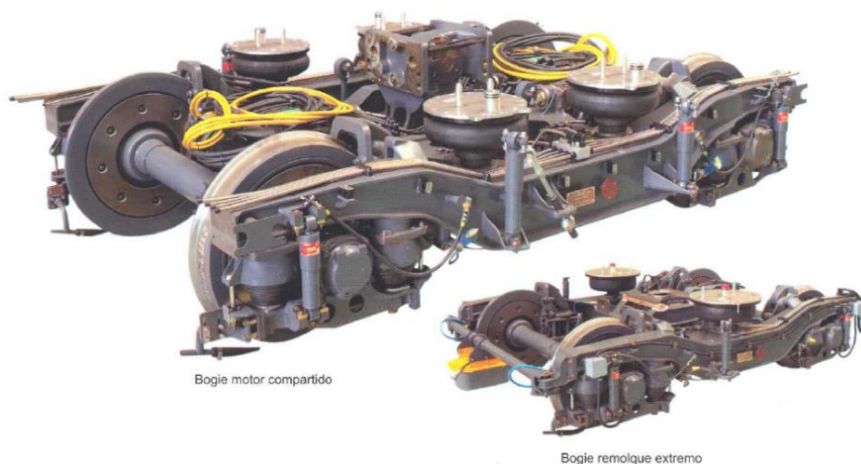


Figura 10. Bogie motor y bogie remolque del CIVIA [13].

2.4.2. Bogies motores y sus componentes

Están básicamente constituidos por los siguientes conjuntos:

2.4.2.1. Bastidor

Se denomina bastidor a la estructura metálica o armazón que conforma el conjunto del bogie, normalmente de acero soldado, sobre la que se montan todos los demás componentes del bogie. La vista en planta del bastidor es habitual que tenga forma de letra H aunque el material móvil de los ferrocarriles es bastante heterogéneo. [11]

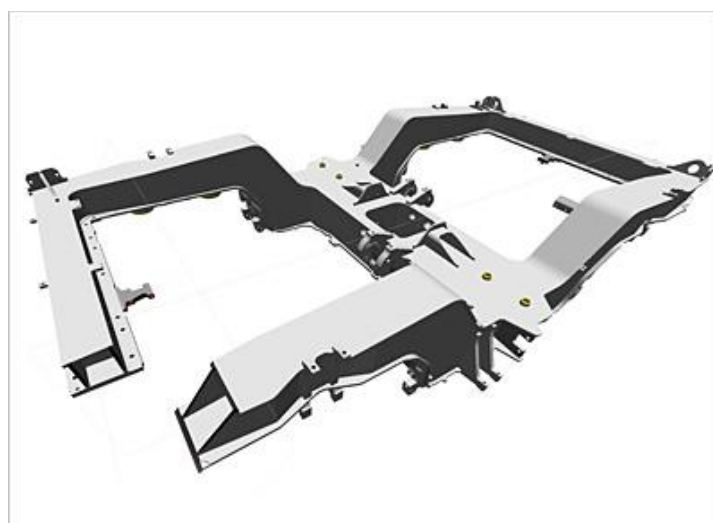


Figura 11. Bastidor Siemens [14].

2.4.2.2. Ejes y ruedas

El conjunto de ruedas montadas en ejes es importantísimo, debido a las solicitaciones a los que están sometidos. Todos los bogies en el CIVIA son de dos ejes con ruedas enterizas templadas superficialmente que cuentan con aros insonorizadores con los que se consigue la disminución de la emisión sonora provocada por las ruedas, especialmente en las curvas. Se amplía el punto del eje montado, debido a su importancia, en otro apartado más adelante. [11] [9]

2.4.2.3. Cajas de grasa

Se denomina caja de grasa al elemento que permite el enlace entre el eje y la suspensión del vehículo ferroviario. Recibe este nombre porque tradicionalmente se trataba de un receptáculo que envolvía un cojinete de fricción, protegiéndolo y sirviendo para contener el lubricante de engrase. Sin embargo, actualmente las cajas de grasa contienen rodamientos de bolas, de rodillos cilíndricos o de rodillos cónicos [10].

La caja de grasa se monta en los extremos de los ejes, una en cada extremo, en la zona del eje denominada **mangueta**, las anillas internas de los rodamientos que tiene se calan en la mangueta por dilación o por calaje en prensa.

La caja de grasa transmite los esfuerzos en ambos sentidos en vertical, por un lado transmite la carga de todo lo que está montado por encima (bogie, caja, sistemas, pasajeros, etc.) al eje, ruedas y vía férrea, y por el otro lado transmite los esfuerzos hacia arriba producidos durante el camino de rodadura. Las vibraciones y se reducen gracias a la suspensión.

La parte externa de la caja de grasa se fabrica de hierro estampado o acero moldeado de una pieza, dos o tres piezas con la ventaja de las dos últimas de la facilidad del desmontaje y mantenimiento, asegurándose ambas partes por medio de un estribo o de pasadores. [10]

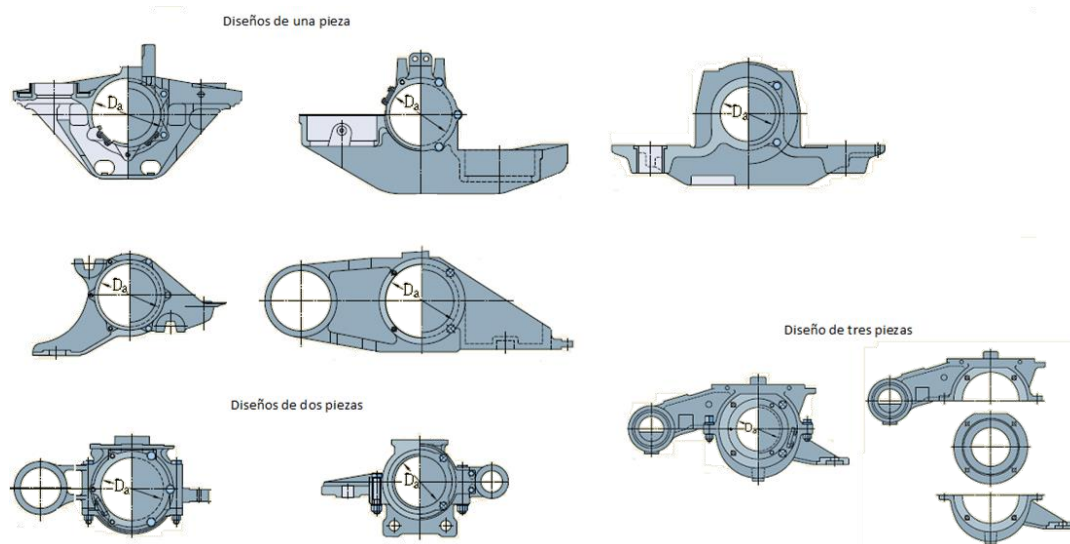


Figura 12. Diseños de la armadura de cajas de grasa de una, dos y tres piezas. [15]

Se están empleando cada vez más rodamientos sensorizados que permiten medir la velocidad de giro, detectando posibles bloqueos de rueda, y la temperatura. Con esta instrumentación se mejora el control del tren y el mantenimiento de los rodamientos. [10]

2.4.2.4. Suspensiones

Su misión es absorber las irregularidades en el tránsito durante el contacto rueda rail, para aumentar la comodidad y el control del vehículo. Se divide en:

Suspensión primaria: Es la suspensión intercalada entre el bastidor del bogie y el conjunto de ejes y ruedas. Suele realizarse mediante incorporación de resortes de caucho o goma, con caucho y acero o caucho solamente o puede ser mediante muelles; en cuyo caso se ven acompañados de los amortiguadores correspondientes [10] (Figura 13). En el CIVIA se realiza con resortes de caucho-acero de tipo cónico y que unen elásticamente el bastidor de bogie con cada caja de grasa [9]



Figura 13. Suspensión primaria muy similar a la del CIVIA. Se puede observar la rueda, el freno de disco montado en el velo y la caja de grasa [14].

Suspensión secundaria: Es la suspensión entre la propia caja del coche ferroviario y el bogie. En el CIVIA está constituida por dos o cuatro balonas neumáticas de gran desplazamiento. Los dos ejes extremos disponen de engrasadores de pestaña y quitapiedras, y todos los ejes llevan tacogeneradores [9].

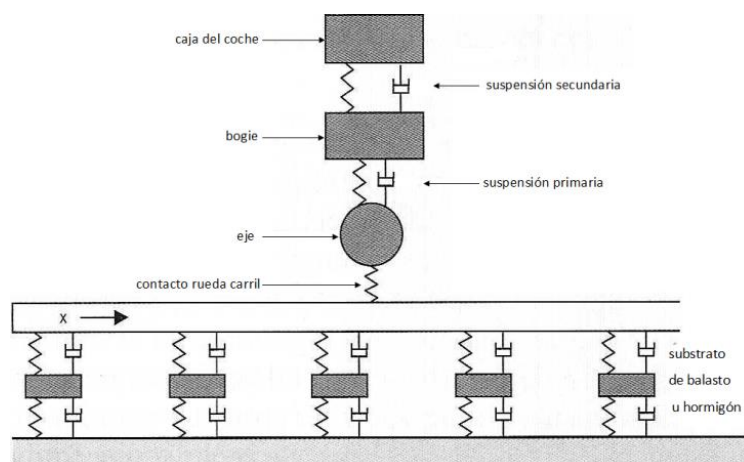


Figura 14. Esquema de suspensiones en un tren [11].

2.4.2.5. Frenos

El sistema del bogie incorpora el último eslabón de la cadena cinemática de freno de un tren, puesto que prácticamente la totalidad de bogies motores, gracias a su sistema de tracción, incorporan un primer freno eléctrico, que consigue que el motor, en el momento de frenar, actúe de generador, bien devolviendo la energía generada a la red (recuperación de energía) o bien mediante el consumo de esa energía sobre resistencias que disipan el 100% de la energía generada. Al llegar al límite de capacidad del freno eléctrico, actúa instantánea y automáticamente el freno neumático de los bogies remolques y motores, que acciona mecanismos mecánicos de frenado sobre la rueda, estos pueden ser de zapata, de disco o de patín electromagnético.

Esta modalidad de frenado se conoce como **frenado de servicio**. Hay otras **modalidades de frenado** en cuya explicación no se entrará. [10] [9]

De esta manera, el sistema de frenado del tren CIVIA está dotado de estos dos **Sistemas de freno** [9]:

- El freno principal es eléctrico mixto, de recuperación de energía y reostático.
- El neumático de disco por aire comprimido, automático, de tipo analógico directo. El freno neumático de los bogies se aplica sobre discos sujetos a cada rueda.

El eje en estudio tiene un sistema de frenos de disco montados a cada lado del velo de la rueda accionados por una pinza neumática, como se puede observar en la Figura 15:

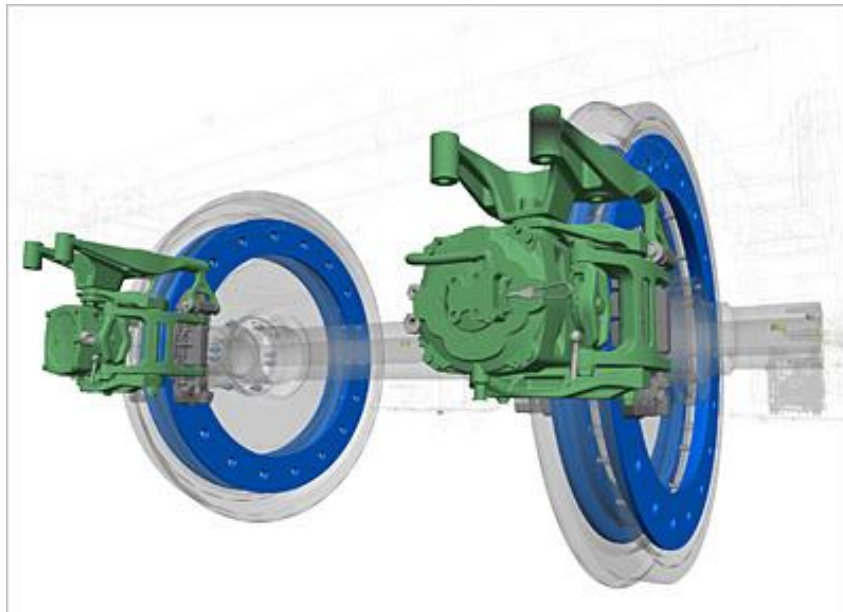


Figura 15. Frenos de disco montados sobre el velo de la rueda, como en el eje en estudio [14].

2.4.2.6. Elementos auxiliares

Los bogies incorporan también un número importante de elementos auxiliares sobre el mismo, como pueden ser las antenas del equipo ATC, balizas para diferentes usos, sistemas de limpieza de bandajes de ruedas (destinados a eliminar la grasa de las superficies de rodadura), valvulería neumática, sistemas de medición de velocidad o tacogeneradores [11].

2.4.2.7. Reductores

La elevada velocidad a la que giran los motores de tracción con curvas de características en servicio continuo de hasta 5000 rpm obliga a la interconexión entre motor y eje a través de sistemas de engranajes reductores de velocidad [11].

Estos sistemas de los que existen diversos tipos en el mercado ferroviario, se diferencian entre sí tanto por las etapas de desmultiplicación (2, 4, 6) como en el sistema de apoyo en el eje y transmisión al mismo. Los reductores están sometidos a grandes esfuerzos mecánicos, ya que transmiten el esfuerzo de tracción y el esfuerzo de frenado [11].

2.4.2.8. Motores de tracción

Partiendo de la alimentación eléctrica de catenaria o tercer carril adaptada a los requisitos de arranque y freno, los motores de tracción ferroviaria en el bogie, se diferencian de los motores ferroviarios de mercancías y largo recorrido, además de en su menor tamaño, en una alta integración del motor en el bogie. En el caso de locomotoras o ferrocarriles autopropulsados y regionales, la motorización se suele localizar en la propia caja del vehículo, transmitiendo el par motor a los bogies mediante acoplamiento Cardan-Reductora. Esto se debe a que en las explotaciones metropolitanas y urbanas se precisa de rápidos procesos de arranque, con aceleración constante hasta altas velocidades, reduciendo los tamaños pesos e inercias de acoplamientos motor/reductor y tendiendo a minimizar también los pesos de las cargas suspendidas. [11]

Los motores de tracción ferroviaria se pueden diferenciar en dos grandes grupos: los de corriente continua y los de corriente alterna. En el CIVIA los bogies motores llevan dos motores de tracción asíncronos, suspendidos del bastidor, que accionan cada eje por medio de un acoplamiento y un reductor de simple etapa calado en el eje. Este motor presenta como principal innovación utilizar el aire como sistema de refrigeración. [9]

2.5. Sistemas de tracción y auxiliar

El sistema de potencia de los CIVIA está constituido por dos equipos idénticos y de funcionamiento independiente, pero que en servicio normal es simultáneo para que sus prestaciones de tracción o de freno eléctrico se sumen. Cada equipo de potencia está formado por: un equipo de captación de corriente a 3.000 voltios en corriente continua y dos pantógrafos por tren; un equipo de aparellaje de alta tensión; un disyuntor extra-rápido; 1 filtro de entrada; 1 convertidor de tracción; y un determinado número de motores y de transmisiones mecánicas.

El convertidor de tracción, que alimenta eléctricamente a los motores de tracción, está constituido por un ondulator eléctrico de tracción, de red trifásico que utiliza 1 GBT de 6,5 kV de tensión inversa, con conexión directa a la catenaria.

El sistema de refrigeración está constituido por un circuito cerrado de recirculación de agua.

El convertidor incorpora una unidad de mando y control de sistema de potencia, equipada con microprocesadores, la cual gobierna este sistema y se comunica con el sistema informático de control y mando del tren.

El motor de tracción es trifásico asíncrono de seis polos, autoventilado y encapsulado, con rotor en cortocircuito. Está diseñado para funcionar conectado a onduladores y genera una potencia de 320 kW, con un peso de 1.150 kg. Este motor presenta como principal innovación tecnológica que el sistema de refrigeración utiliza el aire como media de refrigeración [9].

2.6. Caja

Las cajas están construidas con perfiles de aluminio de grandes dimensiones soldados entre sí y con chapas del mismo material, formando una estructura autoportante, que ha permitido reducir notablemente la tara.

El interior de la caja está revestido con piezas moldeadas en resinas fenólicas, aluminio y estratificados para facilitar las tareas de limpieza. El piso está formado por paneles de madera ligeros forrados de aluminio y sujetos a la estructura del tren mediante apoyos elásticos.



Figura 16. Fotografía interna de la caja de un CIVIA [9].

Los testeros frontales son de fibra de poliéster reforzado con vidrio y están dotados de dispositivos anticabalgamiento, con absorción de energía cinética en caso de choque.

Las puertas, dos por coche y costado y con un paso libre de 1.300 mm, son automáticas, de tipo encajable deslizante, de doble hoja y de accionamiento neumático y eléctrico y mando por microprocesador. Cuentan con un estribo abatible, con accionamiento neumático y mando eléctrico, conjugado con las puertas. El estribo permite el acceso a las personas con movilidad reducida. La cabina de conducción está separada de la sala de viajeros a través de una zona amplia acristalada, plana y de transparencia permanente [9].

2.7. Equipos auxiliares

Sistema de suministro de energía eléctrica a los equipos auxiliares: Constituido por dos convertidores estáticos iguales de 160 kW cada uno de ellos que, estando conectados en paralelo, tienen un funcionamiento independiente. Este sistema suministra energía eléctrica a todos los equipos auxiliares.

Equipo de producción de aire: Está integrado por un compresor de aire rotativo, capaz de producir 1.500 litros a 10 bares; de un secador de dos cámaras y de un compresor auxiliar.

Sistema de acoplamientos entre trenes: Realiza el acoplamiento mecánico, neumático, eléctrico, electrónico e informático entre dos trenes CIVIA, de un modo automático mediante este acoplamiento automático, que está ubicado en cada extremo frontal del tren.

Sistema Central de Comunicaciones: Realiza el establecimiento y gestión de las comunicaciones con los distintos terminales de tierra así como las comunicaciones internas con otros equipos embarcados. Su misión es transmitir voz y datos a los puestos de control y a los talleres relativos al consumo energético, al sistema cuenta personas las averías e incidencias de todos los sistemas y equipos principales y auxiliares del tren, así como la comunicación audio con el mismo. Realiza también funciones de procesamiento y almacenamiento de datos, la localización geográfica del tren a través de un GPS, y la configuración remota de los contenidos de video información.

También está equipado con equipos de radio-comunicación Tren-tierra; de Asfa; de antipatinaje y antibloqueo; de una central estática de seguridad que registra todos los parámetros relacionados con la seguridad en la circulación del tren; de sistema de medición del consumo energético; de cuenta viajeros “Cuper”.

2.8. Ejes y ruedas

2.8.1. Eje montado

Se llama **Eje montado** al conjunto del eje con las ruedas caladas sobre él a presión. Esta presión es lo suficientemente grande como para que el conjunto funcione como un único componente, es una unión fija que no permite la rodadura de las ruedas respecto al eje. Además del perfecto equilibrado de cada rueda, el centro de gravedad del eje montado ha de coincidir con el teórico, ya que en otro caso, y sobre todo si el eje fuera motor, la resultante del esfuerzo de tracción daría lugar a un par que alabearía el eje, forzando las pestañas contra el carril [10].

El conjunto de ruedas montadas sobre el eje es de especial importancia, debido a los esfuerzos que están soportando ambos componentes. La idea y concepción del eje de ferrocarril, con dos ruedas cónicas unidas por un eje, tiene como finalidad compensar la diferencia de camino recorrido entre el carril exterior y el interior en una curva sin deslizamiento, también ayuda al autocentrado del eje sobre la vía [11]

Sobre el cuerpo del eje también pueden ir calados y unidos fijamente discos de freno y corona de transmisión. Todos los componentes calados sobre el eje tienen un orificio cuya misión es ayudar al decalaje mediante presión por aceite. Actualmente existen sistemas de ejes de ancho variable que permiten el cambio de ancho de vía.

2.8.2. Ruedas

La rueda, es uno de los componentes estructurales más importantes de los vehículos ferroviarios. Están sometidas a esfuerzos por el continuo ataque de rueda carril y efecto de guiado e influyen tanto el funcionamiento en marcha como en la comodidad de los pasajeros. El ataque rueda carril además de producir desgaste en el perfil de la rueda, genera problemas de ruido, **este ruido es difícil de reducir porque su banda de frecuencia es amplia, entre 400 Hz a 4000 Hz**, usualmente [11]. Se disponen de diversas soluciones estudiadas para reducir este efecto, por ejemplo, incorporar absorbedores atornillados a la rueda.

Para contrarrestar el desgaste de la rueda y conservar el perfil, es decir, la parte que está en contacto con el carril (banda de rodadura y pestaña), las operaciones de mantenimiento incluyen el reperfilado mediante tornos, sin ser necesario que se desmonten las ruedas del eje. Hay explotaciones que reperfilan las ruedas periódicamente poca profundidad (0.5 - 1 mm) y otras explotaciones sólo reperfilan las ruedas cuando se observa una determinada degradación del perfil o se producen defectos de bloqueo en este caso la profundidad del reperfilado puede estar entre los 7 – 8 mm en radio [11].

Debido a estas grandes tensiones el sistema de carril y rueda está sujeto a una amplia gama de exigencias y controles para asegurar la fiabilidad operacional requerida [11].

Las ruedas de los vehículos ferroviarios poseen diámetros comprendidos entre los 600 mm y 900 mm, según el servicio que vayan a prestar, diámetros menores se usan en tranvías [11].

Las ruedas están constituidas por siete partes fundamentales (Figura 17) [12]:

1. Pestaña: Aro saliente en el borde de la llanta de un vehículo ferroviario, destinado a impedir el descarrilamiento.
2. Banda de rodadura: Superficie de contacto entre llanta y el carril.
3. Llanta: Corona circular metálica que constituye la superficie de rodadura de la rueda sobre el carril. Los perfiles de las llantas de las ruedas están normalizados según UIC, utilizándose comúnmente los perfiles UIC 45 y UIC 54
4. Velo: Corona circular metálica que une la llanta al cubo de la rueda.

5.-Cubo: Elemento mecánico que establece la unión de la rueda y el eje.

6.-Límite máximo de desgaste: Es el límite hasta el cual se puede reperfilear una rueda en condiciones de seguridad.

7.-Alojamiento de calado: dispositivo mediante el cual se introduce aceite a presión para el calado de la rueda y el eje.

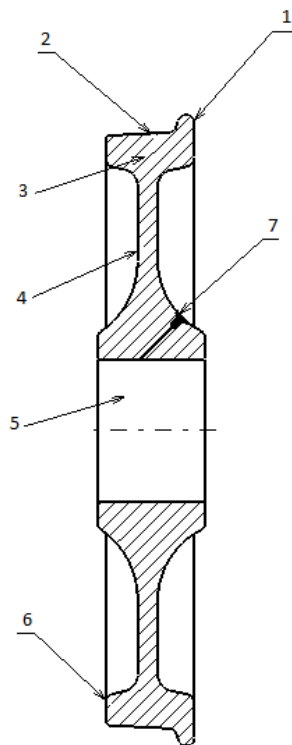


Figura 17. Vista lateral en sección de una rueda con sus partes numeradas.

En las ruedas de ferrocarril se distinguen **dos zonas principales**:

- Centro de la rueda, que puede ser recto u ondulado, siendo éste último el más empleado pues proporciona mayor elasticidad.
- Llanta, que se encuentra sometida al desgaste de la rodadura y choque de la vía.

En función de cómo se une la llanta al velo se pueden encontrar tres tipos fundamentales de ruedas; monobloque, bibloque y elásticas:

- Ruedas Monobloque: La llanta y el velo se unen a través de un radio de acuerdo, perteneciendo la llanta y el velo a la misma unidad.
- Ruedas de Centro y Bandaje: La llanta se une al velo a través de un aro metálico con calado en caliente. En este caso es posible cambiar la llanta conservando el velo y el cubo.

- **Ruedas Elásticas:** La llanta se une al velo a través de una banda de goma. En este caso también es posible cambiarla llanta conservando el velo y el cubo. La banda elástica amortigua ruidos y vibraciones y es muy usada en las ruedas de los tranvías y metros ligeros.

2.8.3. Ejes

En el eje de un vehículo se distinguen tres partes esencialmente [10]:

- Fuste o cuerpo del eje comprendido entre ambas ruedas.
- Secciones de calaje sobre las que se calan o calzan las ruedas.
- Manguetas, sobre las que reposan los cojinetes de las cajas de grasa, que a su vez soportan el peso suspendido del vehículo

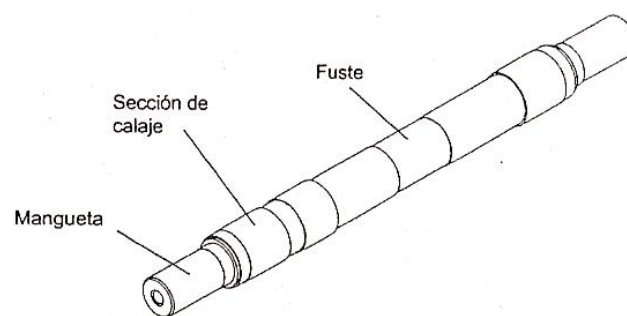


Figura 18. Esquema eje

Las dimensiones del eje en sus diferentes secciones dependen de la carga a que se encuentra sometido. Por otro lado, el material está sometido a una gran fatiga, tanto por el esfuerzo cortante procedente del calaje de la rueda como por la alternancia de las flexiones en la sección de empotramiento de la mangueta [10].

Los problemas de fatiga que presentaban los ejes han hecho que se elaborasen normativas específicas para el diseño de los mismos. Las fases de diseño implican (UNE-EN 13103) [10]:

- Identificación de las fuerzas y cálculo de los momentos en diversas secciones.
- Selección de los diámetros para el cuerpo y las manguetas. El resto se dimensionan a partir de éstos.
- Comparación entre tensión calculada y tensión máxima admisible, función del acero y del tipo de eje (macizo o hueco).

Capítulo 3

Fundamentos del diseño de máquinas

3.1. Introducción

En el diseño de elementos de máquinas se estudian las propiedades de los materiales y su comportamiento frente a estados de carga, así como se presentan los distintos criterios empleados para la prevención de fallos. Este capítulo se exponen algunos de los principios fundamentales limitando y resumiendo la teoría, para centrarla a los estudios de aplicación en el proyecto.

El diseño mecánico se fundamenta en el cálculo resistente de los sistemas o elementos mecánicos, los conceptos de las disciplinas de **Elasticidad** y **Resistencia de Materiales** son imprescindibles porque para predecir cuándo se producirá el fallo, se debe evaluar la tensión más desfavorable que se presenta en el sólido. Así, en función de las propiedades mecánicas del material y del sistema de cargas, se conocerá el valor máximo que puede soportar. El diseño por seguridad incluye el factor de seguridad y fiabilidad. [16]

Se empezará por describir los parámetros característicos de los materiales metálicos que se obtienen en el ensayo de tracción y que establecen las propiedades mecánicas más relevantes de uso común en el análisis estático y dinámico.

Posteriormente se introducen las diferentes formas de plantear el estudio en función del tipo de carga a la que esté sometido, pudiendo diferenciar el análisis por resistencia de un elemento a cargas estáticas en el tiempo o cargas dinámicas que son cargas variables en el tiempo.

3.2. Propiedades mecánicas de los materiales. Ensayo de tracción.

El ensayo de tracción se emplea para determinar la resistencia a la tracción de materiales y la relación entre esfuerzos y alargamientos que presentan. Consiste en someter una probeta de sección circular uniforme, agarrada fijamente en los extremos, a una tensión de tracción progresivamente creciente. A medida que el esfuerzo aumenta, se anotan los valores de fuerzas aplicadas y alargamientos producidos como consecuencia. Mediante cálculos, se transforman en tensiones y alargamientos unitarios que pueden ser representados un diagrama $\sigma - \varepsilon$ correspondiente al tipo de material. [16]

La **tensión ingenieril**: Es importante destacar que los valores de la tensión representados corresponden a la carga (P) dividida entre el área inicial transversal de la probeta (A_0), en vez del área reducida correspondiente por efecto del **Coefficiente de Poisson** (ν):

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \quad \text{Ecuación (1)}$$

La **deformación ingenieril** (ε), se define como el cociente entre la variación de longitud que tiene la probeta, entre la longitud de calibración inicial de esta (l_0):

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad \text{Ecuación (2)}$$

La Figura 19 se divide en dos zonas diferenciadas: la zona de **deformación elástica** y la zona de **deformación plástica**. La deformación elástica es una deformación provisional. Se recupera completamente al retirar la carga. La región elástica es el tramo lineal inicial. La deformación plástica es una deformación permanente. No se recupera al retirar la carga, aunque sí se recupera una pequeña componente de deformación elástica. [17]. La **resistencia de fluencia** (S_y), es aproximadamente el límite de resistencia para la zona de deformación elástica.

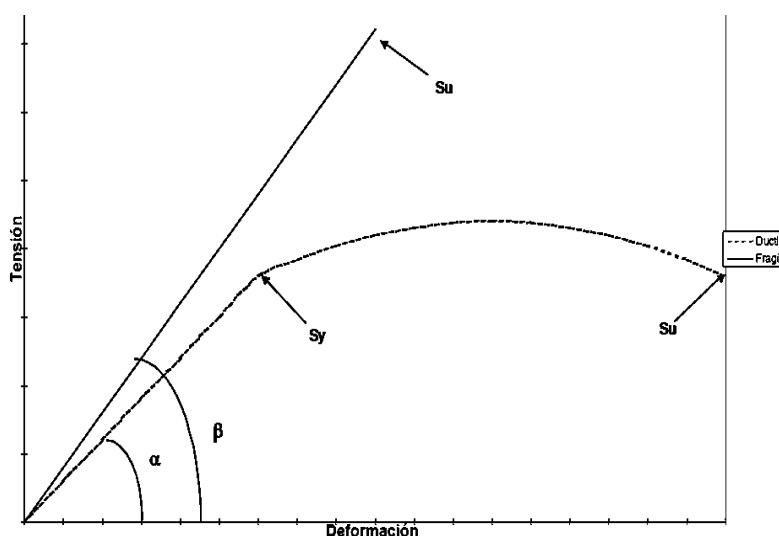


Figura 19. Diagramas tensión-deformación de materiales dúctiles y frágiles.

Ley de Hooke: La pendiente de la curva tensión-deformación en la zona elástica es el **módulo de elasticidad** del material (E), o **módulo de Young**. La ley de Hooke se puede expresar matemáticamente:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \text{Ecuación (3)}$$

Puede comprobarse que en un material dúctil existe una zona de deformación plástica antes de la rotura. Como las deformaciones permanentes no son deseables en nuestro elemento mecánico, se considerará como límite de tensión máxima aplicable la resistencia de fluencia.

En materiales frágiles se observa que casi no existe zona de deformación plástica, por lo que **el límite de tensión máxima es la resistencia de rotura o última** (S_u).

Respecto a la comparación de valores absolutos de **las tensiones límites en fluencia a compresión y tracción** se puede comprobar que en un material dúctil los límites de tensiones son de valores muy parecidos ($S_{yc} \cong S_{yt}$), mientras que, en un material frágil, el límite de **tensión** máxima **última a compresión** es muy superior al límite a **tracción** ($S_{uc} \gg S_{ut}$) y equivalente al límite de **tensión máxima a cortadura** ($S_{su} \cong S_{ut}$).

En el diseño de elementos mecánicos se debe asegurar que los esfuerzos internos no superen la resistencia del material. Si se utiliza un material dúctil, el criterio que debe aplicarse como valor de resistencia del material es la resistencia de fluencia (S_y), ya que una deformación permanente sería considerada como rotura. Sin embargo, los materiales frágiles no poseen un punto de resistencia a fluencia, por lo que el criterio de trabajo será la resistencia última (S_u).

3.3. Análisis estático

Se define la carga estática como aquella que no varía con el tiempo. En una primera aproximación práctica, se puede considerar también carga estática aquella que varía poco o que varía más notable un número pequeño de veces. En los desarrollos que siguen se supone que la carga no varía [16].

El objetivo de este apartado se resume en reducir un estado tensional complejo a uno equivalente de tracción monoaxial, lo que se llevara a cabo mediante la aplicación de un criterio de fallo adecuado a las características del material, a partir del cual se habrá de calcular una tensión equivalente [16].

En los materiales dúctiles sometidos a carga estática, no se deben de tener en cuenta en los cálculos los efectos de concentración de esfuerzos, siempre que no se pase el límite de resistencia última y con la excepción de que haya fluencia en toda la sección y deformación palpable [16].

3.3.1. Criterios de fallo estático. Tensión equivalente

Establecer un criterio de fallo consiste en proponer un parámetro tensional indicativo del estado del sólido y suponer que el fallo se producirá cuando tome un valor igual al valor que toma en el momento del fallo –sea la fluencia o el punto de resistencia última– en el ensayo de tracción. Algunos criterios serán útiles para determinado tipo de materiales, o frente a determinados estados tensionales con determinadas características, pero poco o nada fiables en determinadas circunstancias [16].

Un estado tensional está perfectamente definido por sus **tensiones principales σ_1 , σ_2 y σ_3** . El parámetro escogido será función de estas $f = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$. En el momento del fallo en el

ensayo de tracción, el estado tensional al que está sometido el material es $\sigma_1 = S_t$, $\sigma_2 = 0$ y $\sigma_3 = 0$.

Siento S_t , la resistencia a fluencia S_{yt} o a rotura S_{ut} , según el fallo que se desee estudiar [16].

Por consiguiente, si n es el **factor de seguridad**, considerado como factor de carga, se tiene [16]: $f(n\sigma_1, n\sigma_2, n\sigma_3) = f(S_t, 0, 0)$

Puesto que las ecuaciones de la elasticidad son lineales, despejamos n como el factor de seguridad dividido por una **tensión equivalente** (σ_{eq}), combinación de las tensiones principales, que dependerá del criterio de fallo escogido [16]:

$$n = \frac{S_t}{\sigma_{eq}} \quad \text{Ecuación (4)}$$

Procedimiento:

Establecer el criterio de fallo a utilizar, localizar el punto del sólido en que la tensión equivalente es máxima – si es un material frágil tener en cuenta la concentración de tensiones – y con ella y el valor de la resistencia, calcular el factor de seguridad.

3.3.2. Criterios de fallo en materiales dúctiles

3.3.2.1. Teoría de la tensión normal máxima o de Rankine

Este criterio supone que el fallo se produce cuando la mayor tensión principal se iguala a la resistencia de fluencia en el ensayo de tracción.

En el límite $S_{yt} = \sigma_1$. La tensión equivalente de Rankine en principio sería $\sigma_{eq} = \sigma_1$. Sin embargo, en el caso de estados tensionales, en los que la tercera tensión principal sea negativa, la tensión equivalente será σ_1 ó $-\sigma_3$ según los casos, para considerar ambas posibilidades, se emplea la Ecuación (5) [16]:

$$\sigma_{eq,R} = \max\left(\sigma_1, -\frac{S_t}{S_c} \cdot \sigma_3\right) \quad \text{Ecuación (5)}$$

3.3.2.2. Criterio de la tensión cortante máxima o de Tresca

Este criterio supone que el fallo se produce cuando la tensión cortante máxima toma el valor que toma en el ensayo de tracción. Por tanto, la tensión equivalente de Tresca es [16]:

$$\sigma_{eq,T} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \text{Ecuación (6)}$$

3.3.2.3. Criterio de la energía de distorsión o de Von Mises

Este criterio supone que el fallo se produce cuando la energía de distorsión toma el valor que toma en el ensayo de tracción en el momento del fallo. Por tanto, la tensión equivalente de Von Mises es:

$$\sigma_{eq,VM} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \quad \text{Ecuación (7)}$$

En el diseño de ejes se presenta con frecuencia el caso de un material dúctil sometido a un estado tensional plano, con una de las tensiones normales nula. En este caso, suponiendo que la coordenada del eje X corresponde a la dirección longitudinal del eje, la tensión equivalente de Von Mises se puede expresar en función de los restantes términos del tensor de tensiones, de la siguiente manera:

$$\sigma_{EQ,VM} = \sqrt{\sigma_{nx}^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} \quad \text{Ecuación (8)}$$

3.4. Fenómeno de Fatiga.

3.4.1. Introducción

En este tema se introduce el fenómeno de fatiga y se establecen los criterios de diseño para evitar el fallo por fatiga que se puede presentar en elementos sometidos a cargas que varían con el tiempo aunque no se supere el valor de la resistencia estática. Como los elementos de máquinas están en general en movimiento, es frecuente que se encuentren sometidos a este tipo de cargas, suelen ser más dañinas que las estáticas, por lo que el análisis que aquí se presenta se debe de tener en cuenta en la etapa de diseño [16].

La rotura estática de un material dúctil se suele alcanzar por encima del límite de fluencia del material, lo que supone una deformación perceptible antes del fallo. En cambio cuando ocurre un fallo por fatiga la rotura es repentina, sin deformación permanente visible o alteración apreciable de otro tipo y con un funcionamiento satisfactorio del elemento mecánico, este hecho hace que el fallo por fatiga sea más peligroso que el fallo estático [16].

Inicialmente, se pensó que este tipo de fallos estaba motivado por fallos en las propiedades del material o por sobrecargas imprevistas que producían una fractura frágil, que se propagaba rápidamente. Pero al sustituir las piezas estas volvían a fallar, después de un número de ciclos de trabajo aproximado, por tanto se empezó a pensar en un fallo de naturaleza diferente [16].

3.4.2. Diagrama de fatiga (S-N). Resistencia a la fatiga y límite de fatiga

Para estudiar el fenómeno se diseñó un ensayo el *Ensayo viga rotatoria* y se hicieron multitud de pruebas. El ensayo de viga rotatoria consiste en someter a una probeta de sección circular a un esfuerzo de flexión producida por una carga fija respecto de unos ejes fijos del laboratorio y poner la probeta a girar. Al girar la probeta la tensión normal, en cada vuelta, toma un valor máximo en un determinado momento, que no se mantiene ya que la tensión disminuiría y aumentaría hasta el mismo valor máximo de tensión normal con signo negativo en cada vuelta. El fallo se produce tras un número de ciclos, menor cuanto mayor sea el valor de la tensión alternante. Los resultados obtenidos del valor de la tensión máxima alternante, dada en la superficie de la probeta y el número de ciclos hasta la rotura, se representaron en un diagrama logarítmico y se consiguió llegar a una correlación razonable para distintos aceros. Este diagrama se muestra en la Figura 20, es conocido como **Diagrama de Fatiga o Diagrama de Wöhler**, es válido para aceros de cualquier tipo, así como para materiales férreos (fundiciones de hierro), pero no para otros materiales, ya que otros materiales tienen diagramas de fatiga diferentes [16].

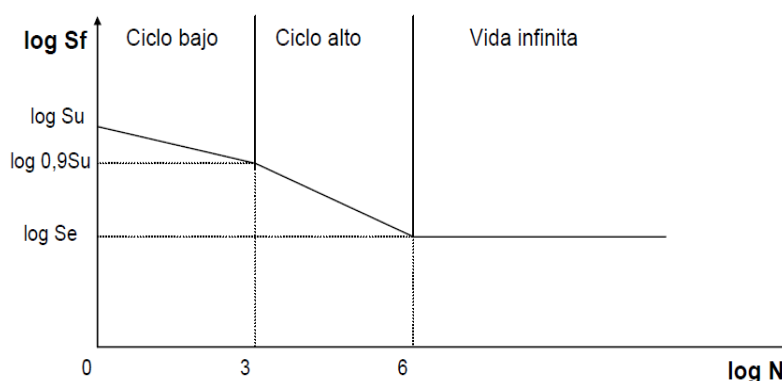


Figura 20. Curva de Wöhler. Diagrama de fatiga de un material ferreo.

Se puede apreciar que existe un valor de tensión por debajo del que la duración de la probeta es infinita, es decir, no rompe. La tensión a la que se produce este efecto se conoce como límite de fatiga de la viga rotatoria o **límite de fatiga sin corregir** (S_e). Este punto, para los aceros, se encuentra aproximadamente entre $10^6 - 10^8$ ciclos [16].

En la zona de vida finita se pueden diferenciar dos tendencias. La primera entre $1 - 10^3$ ciclos, muestra una reducción progresiva, con poca pendiente negativa, del valor de la tensión. El material se comporta de manera muy similar a como lo hace frente a cargas estáticas, pero con una leve reducción de la resistencia. Esta parte de la gráfica se denomina de **fatiga de ciclo bajo**. La otra zona o tendencia, denominada de **fatiga de ciclo alto** ($10^3 - 10^6$ ciclos), muestra una reducción mucho más brusca de la tensión para la rotura con la duración, comprobándose que el material se comporta de manera distinta a como lo hace frente a cargas estáticas [16].

El diagrama de fatiga de un material muestra la resistencia de fatiga del mismo para cada duración en el eje de las ordenadas, esto es la **Resistencia de fatiga S_f** , cuyo valor es función del **número de ciclos de esfuerzo N** . Se puede definir como el valor máximo de la tensión alternante que no produciría fallo tras esos N ciclos de inversión de esfuerzo [16].

Es necesario puntualizar que, generalmente, la línea asintótica horizontal del diagrama $S - N$, para metales no ferrosos y sus aleaciones, suele tener una ligera pendiente negativa lo que indica que estos materiales no poseen límite a fatiga.

En el caso de aleaciones ferrosas, cuando no se disponga de datos experimentales para el cálculo del límite de fatiga se puede utilizar el siguiente criterio [18]:

$$\text{Hierro y aceros forjados} \begin{cases} S'_e = 0.5 \cdot S_{ut} & \text{si } S_{ut} \leq 1400 \text{MPa} \\ S'_e = 700 \text{MPa} & \text{si } S_{ut} \geq 1400 \text{MPa} \end{cases}$$

$$\text{Aceros colados} \begin{cases} S'_e = 0.45 \cdot S_{ut} & \text{si } S_{ut} \leq 600 \text{MPa} \\ S'_e = 275 \text{MPa} & \text{si } S_{ut} \geq 600 \text{MPa} \end{cases}$$

3.4.3. Factores modificativos del límite a fatiga

El valor obtenido de diagrama de Wöhler es válido para las condiciones precisas que indica el protocolo de dicho ensayo. Para poder utilizar los datos obtenidos del mismo hay que adecuar el límite a fatiga a las características del elemento mecánico.

Se conoce como **límite a fatiga corregido (S_e)** el valor de la tensión alternante máxima que permite conseguir una vida infinita de un elemento mecánico en las condiciones de funcionamiento [16].

El límite de fatiga corregido se puede calcular mediante la **Ecuación de Marín**, en función del límite de fatiga sin corregir y de cinco factores que recogen la influencia de los denominados factores modificativos del límite de fatiga. La ecuación de Marín, Ecuación (9), relaciona el límite de fatiga en el ensayo de viga rotatoria (S'_e), el límite de fatiga corregido (S_e) y los factores modificativos del límite de fatiga (K_i) [18]:

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \cdot S'_e \quad \text{Ecuación (9)}$$

Experimentalmente se sabe que los factores que modifican el límite de fatiga son:

- Factor de acabado superficial (K_a).
- Factor de tamaño (K_b).
- Factor de confiabilidad (K_c).
- Factor de temperatura (K_d).
- Factor de concentración de tensiones (K_e).
- Factor de efectos diversos (K_f).

3.4.3.1. Factor de acabado superficial (K_a)

En el ensayo de viga rotatoria la probeta recibe un pulimento final fino en dirección axial. Se puede comprobar que acabados superficiales peores reducen el límite de fatiga y que esta reducción es tanto mayor cuanto mayor es la resistencia última del material (S_u) [18].

La causa de esta reducción es debida a que, al existir mayor rugosidad en la superficie, se produce un fenómeno de concentración de tensiones en la misma.

La forma de obtener el valor del factor de acabado superficial (K_a) es a través de la ecuación hallada por correlación estadística de un número lo suficientemente elevado de resultados experimentales [18]:

$$K_a = a \cdot S_{ut}^b \quad \text{Ecuación (10)}$$

Donde a y b vienen dados por la Tabla 1 [18]:

Tabla 1. Coeficientes para el cálculo del factor de acabado superficial.

<i>Acabado superficial</i>	<i>Coeficiente a (MPa)</i>	<i>Exponente b</i>
Pulido	1	0
Acabado fino (esmerilado, rectificado,)	1.58	-0.085
Mecanizado sin acabar/estirado en frío	4.51	-0.265
Laminado en caliente	57.7	-0.718
Forjado	272	-0.995

En la Figura 21 se aprecia la tendencia de K_a para el acero [18]:

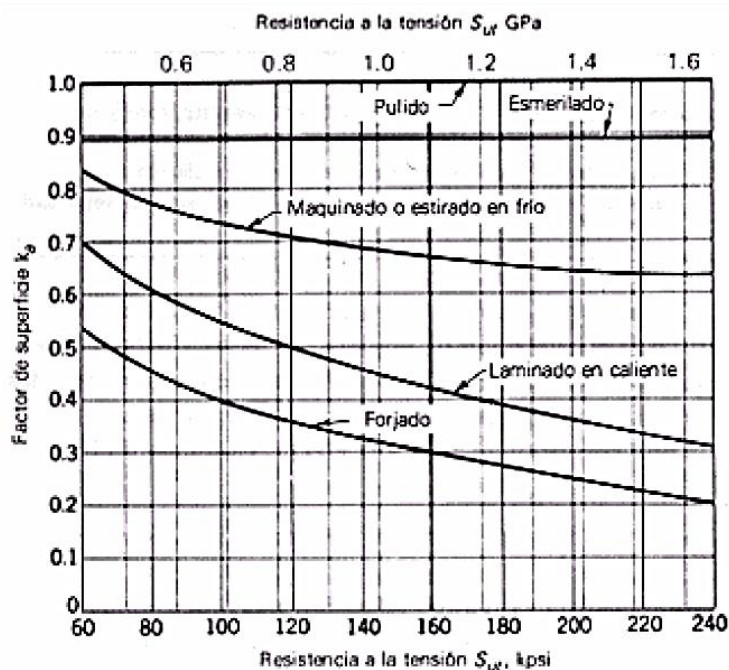


Figura 21. Variación del factor de acabado superficial K_a con la resistencia última del material.

3.4.3.2. Factor de tamaño (K_b)

Los diámetros de las probetas utilizadas en el ensayo de viga rotatoria tienen unas dimensiones 7.5 y 12.5 mm. Sin embargo, la pieza puede tener diámetros muy distintos a los de la probeta, presentándose la tendencia general de que, cuanto mayor es el diámetro, menor es el límite de fatiga [18].

La forma de evaluar este factor, para el caso de flexión y torsión, es por medio de las ecuaciones siguientes, siendo expresado el diámetro (d) en mm [18]:

$$\left\{ \begin{array}{ll} K_b = \left(\frac{d}{7.62} \right)^{-0.1133} & \text{si } 2.79 \leq d \leq 51 \\ K_b = 1.189 \cdot d^{-0.097} & \text{si } 52 \leq d \leq 250 \end{array} \right\} \quad \text{Ecuación (11)}$$

Para el caso de carga axial, el valor del factor de tamaño es 1, ya que, en dicha situación, el tamaño no influye en el límite de fatiga.

Para poder utilizar esta expresión en el caso de elementos mecánicos de secciones no circulares es necesario definir el diámetro efectivo, así la reducción porcentual del límite de fatiga de una probeta con un diámetro igual al diámetro efectivo, sea igual a la reducción porcentual del límite de fatiga de la sección del sólido que se está considerando. Este diámetro efectivo se determina a partir del área del 95% del esfuerzo, que se designará como $A_{0.95}$ [18]

El área de 95% de esfuerzo se define como el área limitada por los puntos de la sección que en algún momento están sometidos a una tensión mayor o igual que el 95% del máximo absoluto.

De este modo, se define el *diámetro efectivo de una sección* como el diámetro de una probeta de sección circular sometida a flexión rotatoria, que tenga un área de 95% del esfuerzo igual al área de 95% del esfuerzo de la sección considerada [18].

En el caso de una sección de viga rotatoria, el área de 95% de esfuerzo es la de un anillo que tenga un diámetro exterior d y uno interior igual a $0,95d$ y viene dada por la Ecuación (12). Expresión válida para un elemento rotatorio hueco circular [18]:

$$A_{0.95} = \frac{\pi}{4} [d^2 - (0,95 \cdot d)^2] = 0,0766d^2 \quad \text{Ecuación (12)}$$

En el caso de vigas redondas, macizas o huecas, el área de 95% de esfuerzo es dos veces mayor que el área exterior de dos cuerdas paralelas con un espaciamiento de $0,95d$, donde d es el diámetro. Realizando un cálculo exacto se obtiene [18]:

$$A_{0.95} = 0,0105d^2 \quad \text{Ecuación (13)}$$

Igualando las dos expresiones anteriores se obtiene el diámetro efectivo de la viga redonda correspondiente a una viga maciza o hueca no rotatoria [18]:

$$d_e = 0,370 \cdot d \quad \text{Ecuación (14)}$$

Si se quiere calcular el diámetro efectivo de una sección rectangular de dimensiones $h \times b$, se utiliza la expresión [18]:

$$A_{0.95} = 0,05 \cdot h \cdot b \quad \text{Ecuación (15)}$$

Aplicando un cálculo análogo al anterior realizado, se obtiene el diámetro efectivo de la sección rectangular [18]:

$$d_e = 0,808 \cdot (h \cdot b)^{1/2} \quad \text{Ecuación (16)}$$

3.4.3.3. Factor de confiabilidad (K_c):

El factor de confiabilidad (K_c) permite, diseñar un elemento mecánico sometido a fatiga con una vida deseada para una determinada confiabilidad. Esto se logra gracias al comportamiento estadístico de los ensayos que se realizan. El comportamiento de la distribución del análisis de resistencias y esfuerzos es de tipo normal. Así, los valores que tenemos para K_c en función de la confiabilidad se encuentran en la Tabla 2 [18]:

Tabla 2. Valores del factor de confiabilidad.

Confiabilidad	Factor de confiabilidad K_c
0.5	1
0.9	0.897
0.95	0.868
0.99	0.814
0.999	0.753
0.9999	0.702
0.99999	0.659
0.999999	0.620
0.9999999	0.584
0.99999999	0.551
0.999999999	0.520

3.4.3.4. Factor de temperatura (K_d):

Se sabe que la temperatura modifica todas las propiedades mecánicas de un material, entre ellas las resistencias a fluencia, última y de fatiga. Esto llega a crear la situación de que materiales que operan a altas temperaturas no poseen límite de fatiga, igual que ocurre con las aleaciones de aluminio [18].

La causa que explica este fenómeno es que las altas temperaturas movilizan las dislocaciones originando la conversión de un proceso de rotura esencialmente independiente en el tiempo, en uno que sí depende de él. Existen, asimismo, interacciones complejas en las que interviene el flujo plástico debido a esfuerzos estáticos o de valor medio, la atmósfera ambiental y el proceso de fatiga [18].

La obtención del valor del factor de temperatura resulta difícil. De hecho, es recomendable la realización de pruebas de laboratorio para su determinación. El criterio que se indica a continuación, la ecuación es válida para la resolución de problemas relativamente sencillos [18]:

$$\left\{ \begin{array}{ll} K_d = 1 & \text{si } T \leq 450^\circ\text{C} \\ K_d = 1 - 5,8 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 450) & \text{si } 450^\circ\text{C} \leq T \leq 550^\circ\text{C} \end{array} \right\} \quad \text{Ecuación (17)}$$

3.4.3.5. Factor de concentración de tensiones (K_e)

Un gran número de elementos mecánicos tienen agujeros, ranuras, chavetas, muescas u otras clases de discontinuidades que alteran la distribución del esfuerzo.

En base a esto, es necesario considerar la Ecuación (18), Ecuación (19) y conceptos [18]:

$$\sigma_{max} = K_t \cdot \sigma_0 \quad \text{Ecuación (18)}$$

$$\tau_{max} = K_{ts} \cdot \tau_0 \quad \text{Ecuación (19)}$$

Dónde [18]:

- σ_0 y τ_0 deben ser calculados por la ecuación de tensiones y para el área neta de la sección.
- K_t y K_{ts} son factores de concentración de tensiones teóricos. No necesitan ser aplicados en el caso de esfuerzos estáticos de materiales dúctiles pero sí en materiales de alta resistencia, baja ductilidad, endurecimientos superficiales y/o trabajados en frío intensamente.

Es importante indicar que la concentración de esfuerzos también se debe considerar cuando los elementos se fabrican de materiales frágiles o están sometidos a carga de fatiga.

La forma de evaluar el valor del factor de concentración de tensiones es a través de la Ecuación (20) y la Ecuación (21) que se definen a continuación [18]:

- \mathfrak{R}_f , es el factor de reducción de la resistencia en caso de fatiga.
- q es el factor de sensibilidad a las ranuras (depende del material).

$$K_e = \frac{1}{\mathfrak{R}_f} \quad \text{Ecuación (20)}$$

$$q = \frac{\mathfrak{R}_f - 1}{K_t - 1} \quad \text{Ecuación (21)}$$

El proceso de obtención del factor de concentración de tensiones es el siguiente [18]:

Cálculo del factor de concentración de tensiones teórico (K_t) por configuración geométrica u obtener mediante las tablas que se muestran desde la Figura 24 hasta la Figura 35.

1. Determinación de la sensibilidad a ranuras (q) a partir de la Figura 22 y la Figura 23.
2. Aplicación de las ecuaciones anteriores para la obtención de \mathfrak{R}_f .
3. Aplicación de las ecuaciones anteriores para la hallar el valor de K_e .

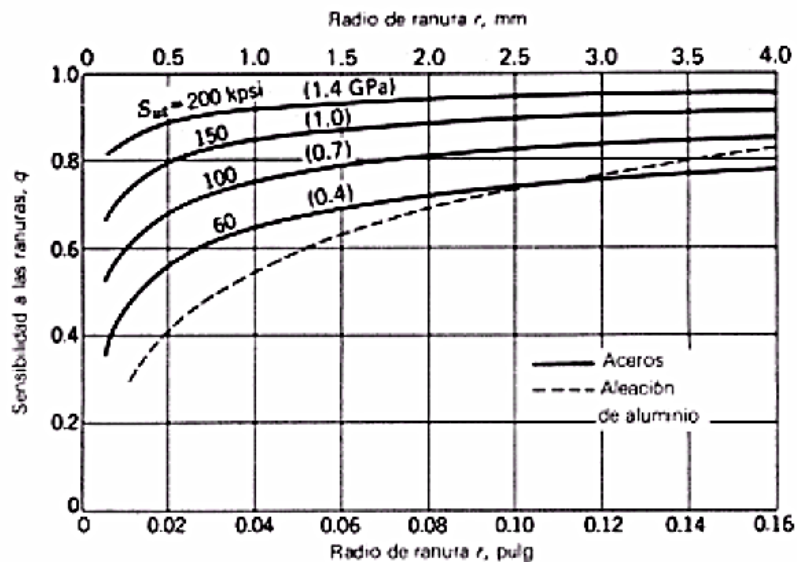


Figura 22. Sensibilidad a las ranuras. Cargas de flexión y axiales alternantes. Para radios de ranura mayores usar valores de q correspondientes a $r = 4$ mm

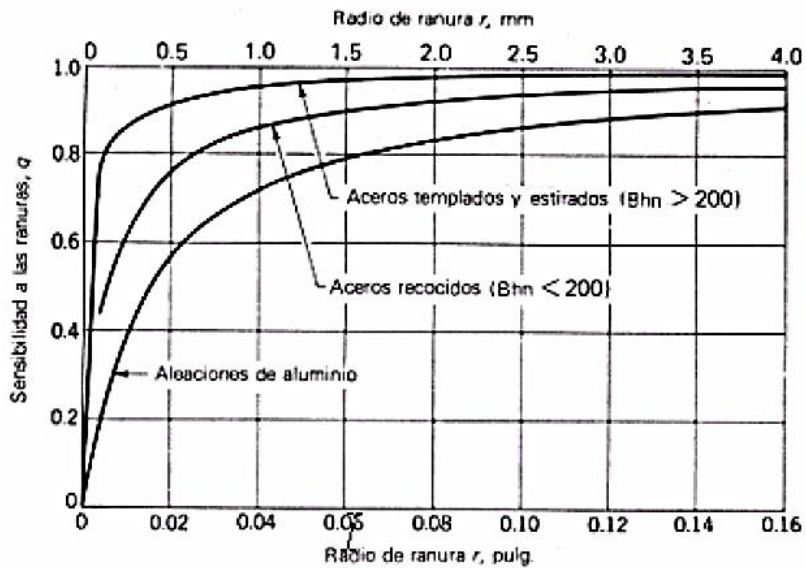


Figura 23. Sensibilidad a las ranuras. Cargas de torsión alternantes. Para radios de ranura mayores usar valores de q correspondientes a $r = 4$ mm.

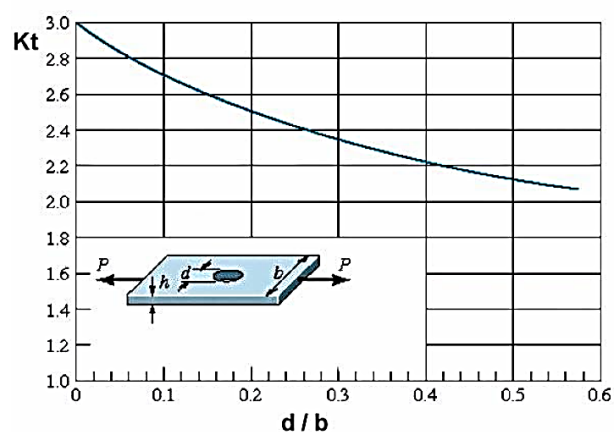


Figura 24. Barra de sección rectangular en tensión o compresión simples con un agujero transversal.

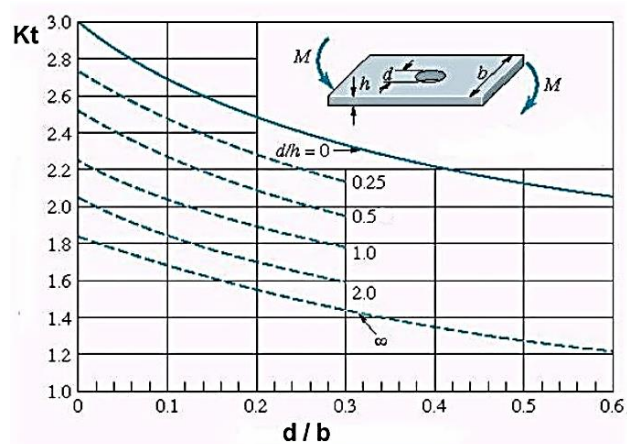


Figura 25. Barra de sección rectangular en flexión simple con un agujero transversal.

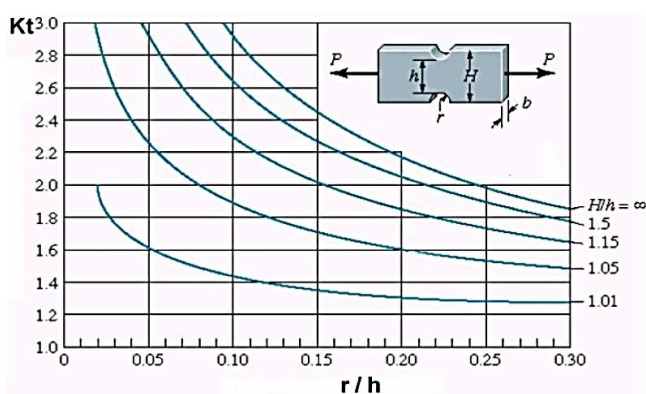


Figura 26. Barra de sección rectangular en tensión o compresión simples con dos muescas o recortes circulares.

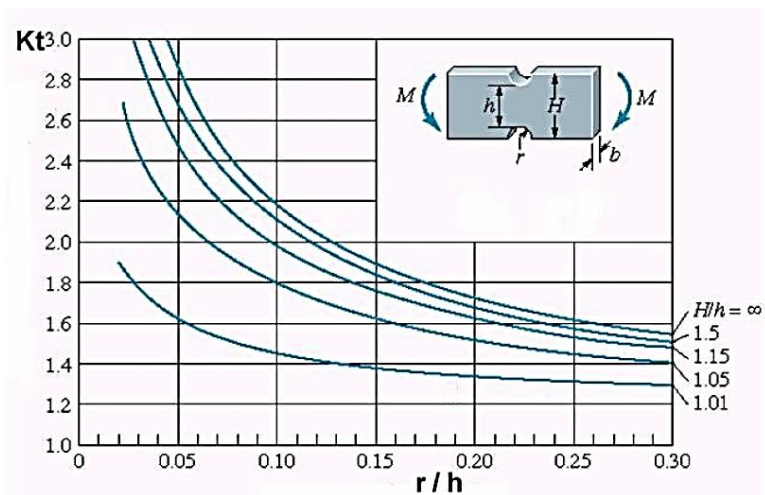


Figura 27. Barra de sección rectangular en flexión con dos muescas o recortes circulares.

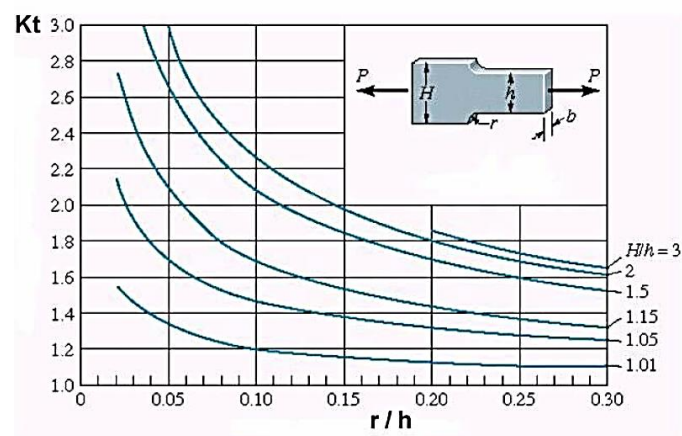


Figura 28. Barra de sección rectangular en tensión o compresión simples con estrechamiento y entalles.

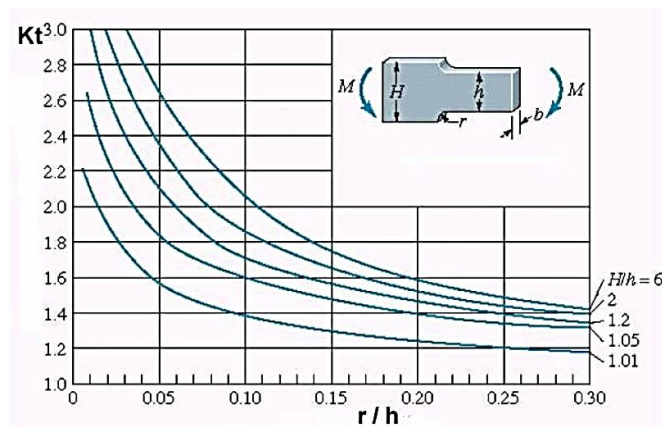


Figura 29. Barra de sección rectangular en flexión con estrechamiento y entalles.

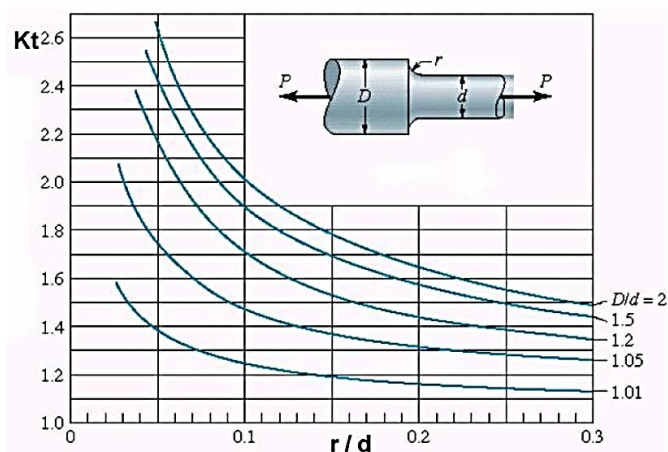


Figura 30. Barra de sección circular en tracción con estrechamiento y entalles.

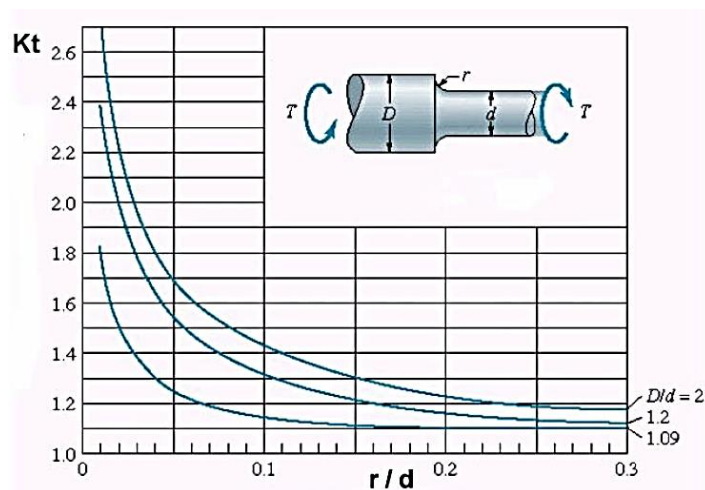


Figura 31. Barra de sección circular en torsión con estrechamiento y entalles.

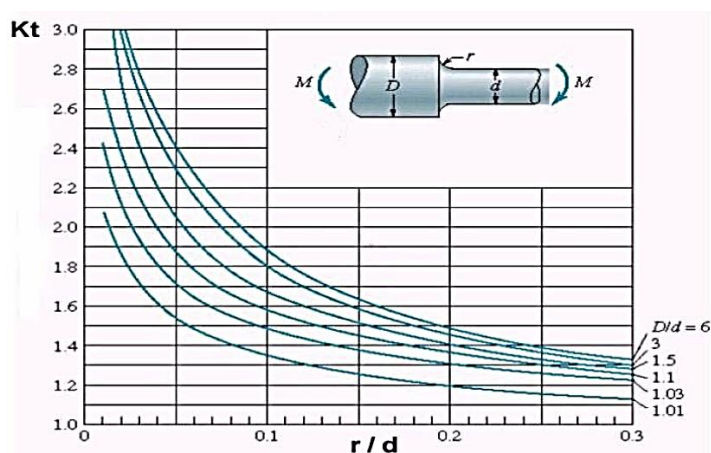


Figura 32. Barra de sección circular en flexión con estrechamiento y entalles.

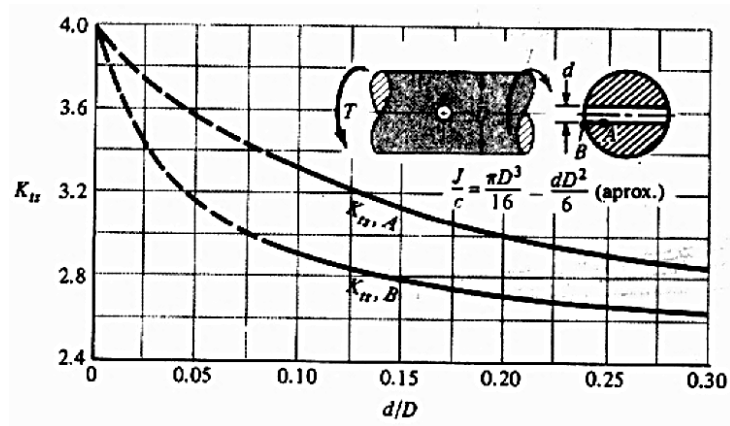


Figura 33. Barra de sección circular en torsión con un agujero transversal.

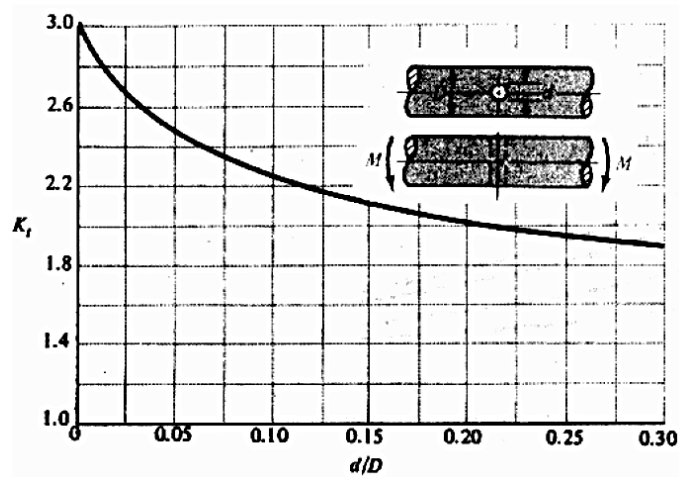


Figura 34. Barra de sección circular en flexión con un agujero transversal.

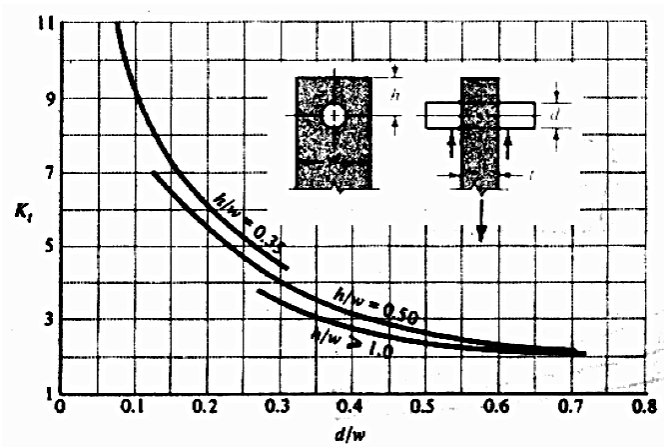


Figura 35. Placa cargada en tensión con un pasador en agujero transversal.

3.4.3.6. Factor de efectos diversos (K_f)

El factor de efectos diversos se utiliza para modificar el límite de fatiga en función de otras características no analizadas hasta ahora y que pueden afectarlo. Normalmente es necesaria la realización de experimentos especiales para cuantificarlo. Los factores más importantes se a tener en cuenta se detallan a continuación [18]:

- Efectos residuales o remanentes: Son consecuencia de la modificación del límite de fatiga debido a las operaciones de manipulación como chorreado de arena, martillado y laminado en frío, que originan esfuerzos de compresión en la superficie de la pieza y ayudan a mejorar el límite de resistencia a la fatiga.
- Características direccionales operacionales: En piezas provenientes de estirado, laminación o forja, el límite de resistencia a la fatiga en dirección transversal es un 10-20% inferior que en dirección longitudinal.
- Efectos del temple superficial: Debido a los diferentes valores de los límites de fatiga del núcleo de un elemento con temple superficial y de la capa templada se pueden sobrepasar estos valores en la zona de unión del temple al núcleo

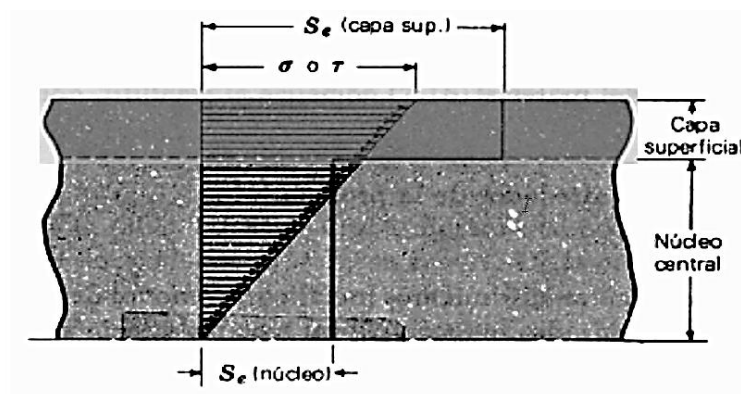


Figura 36. Límite a fatiga en la unión del núcleo central y capa superficial de una pieza templada.

- Efectos de la corrosión: La corrosión disminuye la resistencia a la fatiga ya que se crean puntos de concentración de esfuerzos.
- Recubrimiento electrolítico: Los recubrimientos electrolíticos suelen producir disminución de los límites de fatiga. Así, por ejemplo, en los procesos de cromado, niquelado o cadmiado se puede producir una reducción del límite en un 50%, en piezas o elementos de aleaciones ligeras sometidos a flexión con oxidación anódica existe una reducción de un 39%, mientras que a torsión y en galvanizados no afecta al límite de fatiga.

- Corrosión por apriete: Este fenómeno se produce por el movimiento microscópico en la superficie de piezas mecánicas o estructuras estrechamente ajustadas (juntas atornilladas, cojinetes, etc...). Este proceso se reconoce por la existencia de cambio de color en la superficie, picadura y, eventualmente, fatiga. Este factor puede variar entre 0.24 – 0.9.

3.4.4. Diseño por resistencia a la fatiga frente a cargas fluctuantes

Se dice que un punto de un sólido elástico está sometido a una tensión fluctuante cuando sobre él actúa una tensión cargas que oscilan entre dos valores que no son iguales y de distinto signo.

Supondremos el estado tensional como una superposición de dos estados, uno producido por una tensión constante, el valor medio de la tensión fluctuante, y el otro producido por una tensión alternante, la amplitud de la fluctuación [16].

Para descomponer la carga en sus componentes media y alternante usamos la Ecuación (22) y la Ecuación (23) [16]:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad \text{Ecuación (22)}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad \text{Ecuación (23)}$$

Dónde:

- σ_{max} : Tensión máxima.
- σ_{min} : Tensión mínima.
- σ_a : Amplitud de tensión o tensión alternante.
- σ_m : Tensión media.

Es necesario indicar que la tensión media no tiene por qué ser igual a la tensión estática, de hecho el esfuerzo estático puede tener cualquier valor entre el máximo y el mínimo. Observando las siguientes gráficas se puede entender mejor el concepto de tensión alternante y tensión media [16]:

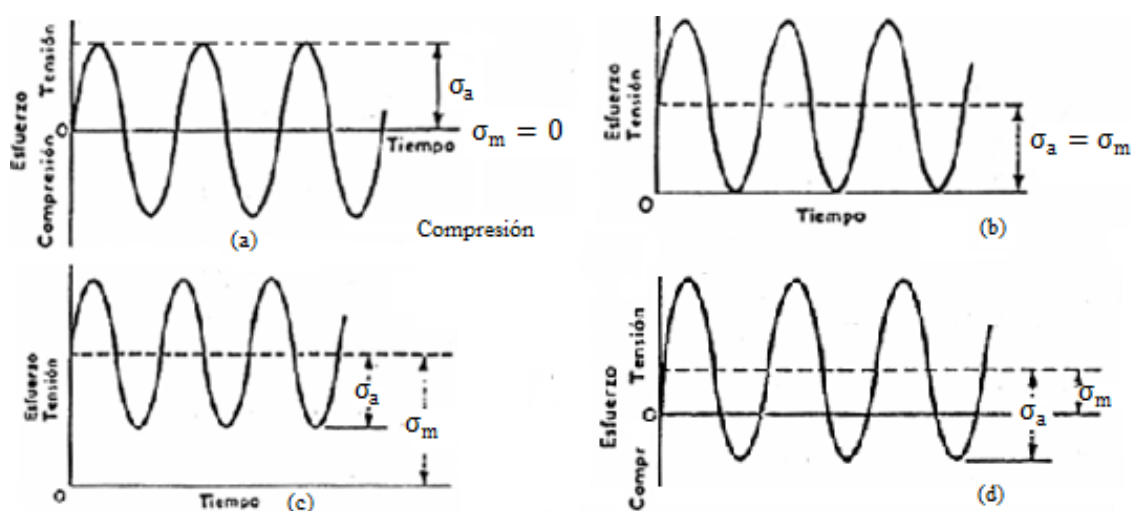


Figura 37. Diversas maneras en que se pueden dividir la tensión media y alternante (a) Esfuerzo alternante, (b) Tensión pulsante, (c) Tensión fluctuante (d) Esfuerzo fluctuante.

3.4.5. Diagrama $\sigma_m - \sigma_a$. Teorías de fallo por fatiga

El efecto de la tensión media se manifiesta en una reducción del valor de la resistencia, entendido este como el valor de la componente alternante para evitar el fallo.

Si en el diagrama de fatiga se obtiene que S_f es el valor de la resistencia a fatiga para N ciclos determinada, si hay tensión media, el valor máximo de la tensión alternante para esos N ciclos de duración no será S_f sino un valor menor [16].

Realizando ensayos con distintos valores de la tensión media y midiendo la tensión alternante que produce el fallo a N ciclos. Los puntos (σ_m, σ_a) que se obtienen, se representan en el diagrama y se obtiene una nube de puntos que se correlacionan haciendo aproximaciones razonables, pero como los resultados presentan bastante dispersión es aconsejable el uso de factores de seguridad relativamente elevados.

Las distintas correlaciones que se manejan en el diseño constituyen diferentes hipótesis de cómo es la curva de resistencia entre los puntos A y B del diagrama. Unas y otras son más o menos precisas dependiendo del tipo de material y del tipo de carga. Las más utilizadas son los criterios de Goodman, Gerber y Soderberg, éste último algo menos por ser conservador en la mayoría de los casos [16].

Por medio del diagrama $\sigma_m - \sigma_a$, obtenemos el valor σ_a que para cada valor de σ_m produce el fallo a un cierto número de ciclos N . Si obtenemos del diagrama de fatiga S-N que la resistencia para N ciclos es S_f , de manera que si el número de ciclos considerado fuese 10^6 , vida infinita tendríamos que el valor de la resistencia es $S_f = S_e$. Sabemos que las curvas en el diagrama $\sigma_m - \sigma_a$ pasarán por los puntos $(0, S_f)$, o $(0, S_e)$ en caso de vida infinita y $(S_{ut}, 0)$ [16].

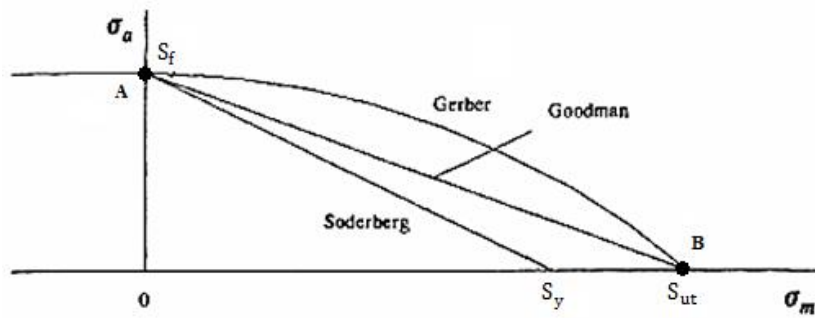


Figura 38. Teorías de fallo por fatiga con tensión media.
Diagrama válido para una duración determinada.

Cuando el punto representativo del estado tensional (σ_m, σ_a) está situado por debajo de las curvas, se tiene seguridad para la duración considerada. Si está sobre la curva correspondiente, cabe esperar el fallo justo tras esa duración. Si está por encima el fallo se producirá antes.

Se ha comprobado que cuando la tensión media es de compresión, no tiene influencia sobre la resistencia a fatiga. Esto quiere decir que en el caso de tensión media negativa, los tres criterios coinciden y se expresan de la siguiente manera, el fallo se produce a N ciclos si [16]:

$$\frac{\sigma_a}{S_f} = 1 \quad \text{Ecuación (24)}$$

3.4.5.1. Criterio de Goodman

Según el criterio de Goodman, la variación de la resistencia alternante con la tensión media se describe mediante una recta que pasa por S_f y S_{ut} , de manera que la rotura a N ciclos se produce cuando se cumple la expresión Ecuación (25):

$$\frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1 \quad \text{Ecuación (25)}$$

En el caso de vida infinita usaremos la Ecuación (26):

$$\frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} \leq 1 \quad \text{Ecuación (26)}$$

El criterio de Goodman constituye una más que aceptable aproximación a la realidad y presenta la gran ventaja de expresarse mediante una relación lineal, por lo que es la teoría de fallo a fatiga más utilizada en la práctica [16].

3.4.5.2. Criterio de Soderberg.

La teoría también es lineal y predice que, en ausencia de tensión media, el fallo se produce cuando $\sigma_a = S_f$. Sin embargo, para tensión alternante nula (carga estática) el fallo, si el material es dúctil, se produce para $\sigma_m = S_{yt}$ (S_{yt} es el límite elástico en el ensayo de tracción). Para tensiones medias la variación es según una recta. Así la condición de fallo a N ciclos se establece [16]:

$$\frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_{yt}} = 1 \quad \text{Ecuación (27)}$$

3.4.5.3. Criterio de Gerber.

El criterio de Gerber supone que la variación de σ_a con σ_m se representa mediante una parábola cuyo vértice es el punto $(0, S_f)$, su eje el de ordenadas y pasa por el punto $(S_{ut}, 0)$. La ecuación de esta parábola es la Ecuación (28) [16]:

$$\frac{\sigma_a}{S_f} + \left(\frac{\sigma_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1 \quad \text{Ecuación (28)}$$

3.4.6. Tensión alternante equivalente.

Si queremos saber qué duración tendrá un elemento del que se conocen S_e y S_{ut} , sometido a un estado tensional $\sigma_m - \sigma_a$ dado, tendremos que hacer uso de la *tensión alternante equivalente*:

En los diagramas de Goodman, Gerber y Soderberger todos los pares (σ_m, σ_a) , representados por puntos de la curva tienen una duración de N ciclos. Si en estos diagramas tomamos el punto $(0, \sigma_a)$, tenemos un estado de tensión alternante pura, que tiene la misma duración de N ciclos, por esta razón se dice que la tensión del punto $(0, \sigma_a)$ es la tensión alternante equivalente a todos estos estados tensionales (σ_m, σ_a) de la curva [16].

De acuerdo con esta definición, para resolver el problema se trazaría la recta o parábola, según el criterio empleado, que pase por los puntos $(S_{ut}, 0)$, $(S_{yt}, 0)$ si se emplea el criterio de Soderberg, y (σ_m, σ_a) , y ver donde corta al eje de ordenadas. Posteriormente se introducirá ese valor en el diagrama de fatiga, perfectamente determinado con S_e y S_{ut} , calculando así la duración [16].

El problema se puede resolver de modo gráfico, de forma analítica también, usado las siguientes ecuaciones [16]:

Goodman
$$\frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}} = 1 \Rightarrow S_f = \frac{\sigma_a}{1 - \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} = \frac{S_{ut}}{S_{ut} - \sigma_m} \cdot \sigma_a \quad \text{Ecuación (29)}$$

Gerber
$$\frac{\sigma_a}{S_f} + \left(\frac{\sigma_m}{S_{ut}}\right)^2 = 1 \Rightarrow S_f = \frac{\sigma_a}{1 - \left(\frac{\sigma_m}{S_{ut}}\right)^2} = \frac{S_{ut}^2}{S_{ut}^2 - \sigma_m^2} \cdot \sigma_a \quad \text{Ecuación (30)}$$

La primera expresión también es válida para Soderberg sustituyendo S_{ut} por S_{yt} .

Con estos valores de tensión alternante y el diagrama de fatiga se calculara la duración estimada.

Para estados tensionales con tensión media, la duración estimada se ha de determinar, con el diagrama de fatiga, a partir de la tensión alternante equivalente correspondiente al estado de carga considerado [16].

3.4.7. Línea de carga.

En la mayor parte de los sistemas mecánicos, las propias características de funcionamiento hacen que las variaciones de la tensión alternante solo puedan presentarse acompañadas de variaciones de la tensión media.

Para evaluar el factor de seguridad, el procedimiento no es tan sencillo como dividir la resistencia alternante entre la tensión alternante, pues si la tensión alternante aumenta, el factor de seguridad también aumenta. Interesa más bien ver la proximidad y lejanía del estado tensional previsto (o de diseño) respecto del estado de fallo que realmente se puede llegar a presentar [16].

Se llama línea de carga a la representación en un diagrama $\sigma_m - \sigma_a$ de los posibles estados tensionales del sistema que se analiza, cuando la carga externa experimenta variaciones de acuerdo con la naturaleza del sistema.

El estado de fallo que se puede llegar a alcanzar será el correspondiente al punto de corte de la línea de carga con la curva correspondiente al criterio de Goodman, Gerber o Soderberg, que se esté aplicando [16].

La Figura 39 representa esta línea de carga en el diagrama de Goodman para vida infinita [16]:

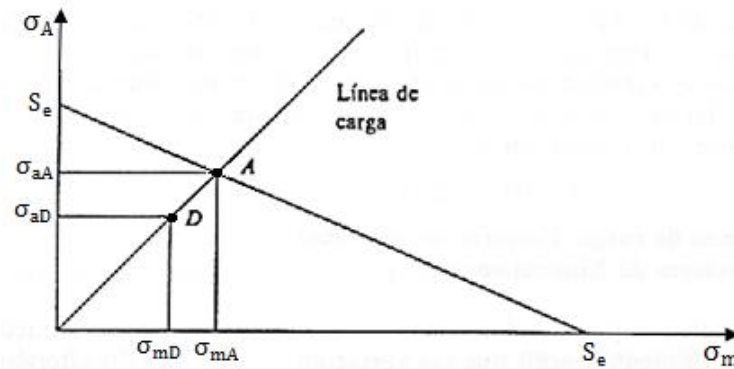


Figura 39. Línea de carga en el diagrama de Goodman para vida infinita.

En la Figura 39 el punto D corresponde al estado tensional previsto para funcionamiento en las condiciones de diseño, y el punto A al estado límite de fallo. El coeficiente de seguridad, por tanto, debe estar referido a dicho punto.

Si el factor de seguridad se considera como factor de aplicación de la carga, se trataría de buscar el número por el que se ha de multiplicar la carga y, por tanto, las tensiones a las que afecta en A. Como A verifica la ecuación de Goodman, se obtendrá la Ecuación (31) [16]:

$$\frac{\sigma_{aA}}{S_f} + \frac{\sigma_{mA}}{S_{ut}} = 1 \quad \text{Ecuación (31)}$$

Si la carga externa se multiplica por un factor n para llegar a la situación límite, las tensiones medias y alternantes de diseño (punto D), también se multiplican por dicho factor, tal y como se muestra en la Ecuación (32) y la Ecuación (33) [16]:

$$\sigma_{mA} = n \cdot \sigma_{mD} \quad \text{Ecuación (32)}$$

$$\sigma_{aA} = n \cdot \sigma_{aD} \quad \text{Ecuación (33)}$$

Insertando la Ecuación (32) y la Ecuación (33) en la Ecuación (31) se obtiene:

$$\text{Goodman} \quad n = \frac{1}{\frac{\sigma_{aD}}{S_e} + \frac{\sigma_{mD}}{S_{ut}}} \quad \text{Ecuación (34)}$$

Para calcular el factor de seguridad (entendido como factor de carga) para una duración determinada, se habrían de manejar las mismas ecuaciones pero con el correspondiente S_f en lugar de S_e [16].

Capítulo 4

Introducción al Método de los Elementos Finitos

4.1. Introducción

Los sólidos y fluidos son medios continuos, la materia de la que están constituidos está formada por un número infinito de partículas, en su tratamiento matemático ideal se estudian macroscópicamente. Admitiendo que no existen discontinuidades entre las partículas y que su estudio matemático se puede realizar mediante funciones continuas.

El **Método de los Elementos Finitos** (**MEF** en castellano o **FEM** en inglés) es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales.

La solución de problemas continuos reales, es compleja, ya que intervienen infinitos números. El estudio de la física aplicada a la realidad ya se basa en modelos matemáticos, que efectúan aproximaciones e hipótesis simplificadoras, para además aplicar esas ecuaciones físicas obteniendo soluciones a problemas continuos reales se han propuesto a través de los años diversos métodos de *discretización*.

La aplicación de estos métodos hace necesario efectuar alguna *aproximación* de manera que se acerque en el límite a la solución continua verdadera a medida que crezca el número de variables discretas, esto significa que la solución tiende a converger, aproximándose más a la solución verdadera, cuanto más se aproxima el modelo al continuo real y que esto sucede cuantos más elementos tenga el modelo en cuestión [19].

Es decir, se obtiene un modelo adecuado utilizando un número finito de partes o *elementos finitos* interconectados entre sí, a estos problemas se los denomina *discretos*. La unión de dos o más nodos de denomina *elemento*. Es para cada elemento que se definen las propiedades del modelo, tales como el material.

Discretizar, se trata de obtener un modelo representativo del sólido continuo dividido en puntos o *nodos* donde se podrán aplicar las ecuaciones matemáticas a cada punto discreto o nodo.

La unión de los nodos en el espacio en programas informáticos que desarrollan este método, la vemos como una red visible, en la que entre dos nodos vemos una línea que representa un borde del elemento a su vez. La unión de elementos interconectados forma la red denominada *mall*.

El método de los elementos finitos ha adquirido gran importancia en la resolución de problemas ingenieriles y físicos, debido a que permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real y modificar el sistema, se puede estudiar la idoneidad de sistemas más fácilmente y económicamente que ensayando directamente con prototipos. Sin embargo, al haber usado hipótesis para los cálculos, los prototipos siguen siendo necesarios al final del proceso de diseño [20].

4.2. Descripción matemática del método

Para la resolución del MEF se utiliza un concepto denominado *grados de libertad*. Los grados de libertad aplicados al MEF son los posibles desplazamientos de una partícula del medio continuo o de un nodo del modelo.

El medio continuo está constituido por infinitas partículas, así se considera que tiene infinitos grados de libertad. Al discretizar, se pasa a tener finitos grados de libertad, es decir seis posibles desplazamientos por cada nodo. En un sistema de coordenadas cartesianas, corresponden a los tres desplazamientos, según ejes X, Y, Z y las tres rotaciones asociadas a cada eje como explica Figura 40 a continuación:

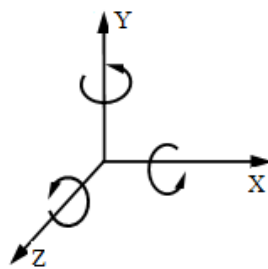


Figura 40. Grados de libertad de un nodo.

Como se explicó en el apartado anterior las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo regirán también el comportamiento del elemento este se modela por un sistema de ecuaciones que pueden ser lineales o no. En el resto de puntos que no son nodos, la solución aproximada se obtiene por medio de unas funciones llamadas de interpolación a partir de los resultados obtenidos para los nodos.

En cualquier sistema a analizar puede distinguirse entre [20]:

- Dominio, que es el espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- Condiciones de contorno, son variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema; cargas, desplazamientos, restricciones en los desplazamientos, temperaturas, etc.
- Incógnitas, las variables del sistema que deseamos conocer, tales como los desplazamientos, las tensiones, las temperaturas, etc.

El sistema, debido a las condiciones de contorno, evoluciona hasta un estado final. En este estado final, conocidos los valores de los grados de libertad de los nodos del sistema podemos determinar cualquier otra incógnita deseada, por ejemplo, tensiones y deformaciones, entre otras.

El problema se formula en forma matricial debido a la facilidad de manipulación de las matrices mediante ordenador. Conocidas las matrices que definen el comportamiento del elemento (en el caso estructural serán las llamadas matrices de rigidez, amortiguamiento y masa, aunque esta terminología ha sido aceptada en otros campos de conocimiento) se ensamblan y se forma un conjunto de ecuaciones algebraicas, lineales o no, que resolviéndolas nos proporcionan los valores de los grados de libertad en los nodos del sistema.

4.3. Principios generales aplicados a un continuo elástico.

4.3.1. Ecuaciones de equilibrio. Principio de los trabajos virtuales (PTV)

Una gran cantidad de problemas de medios continuos vienen expresados mediante ecuaciones diferenciales y condiciones de contorno sobre la función o funciones incógnitas. Ante la dificultad, y en muchos casos la imposibilidad, de encontrar una solución cerrada, se opta por realizar una aproximación, siendo necesaria la expresión integral del Principio de los Trabajos Virtuales. [20]

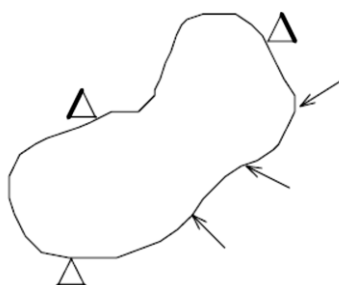


Figura 41. Continuo elástico genérico.

Se considera un continuo elástico como el de la figura 35 sometido a unas fuerzas superficiales $\{t\} = \{t_x, t_y, t_z\}^T$ y a unas fuerzas por unidad de volumen

$\{X\} = \{X_x, X_y, X_z\}^T$ (Las fuerzas por unidad de superficie podrían ser presiones y el peso propio sería una fuerza por unidad de volumen). El vector de desplazamientos queda denotado por $\{u\} = \{u, v, w\}^T$. Las deformaciones correspondientes a estos desplazamientos aparecen en la Ecuación (35) [20]:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}^T \quad \text{Ecuación (35)}$$

Las tensiones debidas a estas deformaciones serán [20]:

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}^T \quad \text{Ecuación (36)}$$

Las ecuaciones de equilibrio expresan el equilibrio entre las fuerzas de volumen directamente aplicadas $\{X\}$ y los esfuerzos σ , para un elemento diferencial pueden escribirse de la forma, Ecuación (37) [20]:

$$\nabla\{\sigma\} + \{X\} = 0 \quad \text{Ecuación (37)}$$

Donde el vector $\{X\}$ incluye de forma general las fuerzas de inercia $\{X\} = \{X\} - \rho\ddot{u}$, es decir, las fuerzas de inercia son consideradas como fuerzas por unidad de volumen. Multiplicando esta ecuación por una función de ponderación $\{\delta u\}$ e integrando sobre el volumen se obtiene la Ecuación (38) [20]:

$$\int_v \{\delta u\}^T \nabla\{\sigma\} dv + \int_v \{\delta u\}^T \{X\} dv = 0 \quad \text{Ecuación (38)}$$

Utilizando la fórmula de Green¹ se puede escribir la expresión [20]:

$$-\int_v \nabla\{\delta u\}^T \{\sigma\} dv + \int_s \{\delta u\}^T \{\sigma\} \bar{n} ds + \int_v \{\delta u\}^T \{X\} dv = 0 \quad \text{Ecuación (39)}$$

Si se asocia la función de ponderación $\{\delta u\}$ con un desplazamiento virtual, el operador ∇ actuando sobre él será una deformación virtual tal y como la indicada en la Ecuación (40) [20]:

$$\{\delta \varepsilon\} = \nabla\{\delta u\} \quad \text{Ecuación (40)}$$

El equilibrio en el contorno exige que se cumpla la relación $\{\sigma\} \cdot \{n\} = \{t\}$ y sustituyendo en la expresión de la Ecuación (41) [20]:

$$-\int_v \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dv + \int_s \{\delta u\}^T \{t\} ds + \int_v \{\delta u\}^T \{X\} dv = 0 \quad \text{Ecuación (41)}$$

¹ La fórmula de Green se obtiene a partir de la relación $\nabla(ab) = a\nabla b + b\nabla a$ y del teorema de la divergencia ($\int_v \nabla a dv = \int_s a \bar{n} ds$), que nos permite escribir $\int_v a \nabla b = \int_s a b \bar{n} ds - \int_v b \nabla a dv$

En la relación anterior es posible introducir la ley de comportamiento de material mediante la matriz elástica con las propiedades de éste $[C]$, de forma que se tiene [20]:

$$\{\sigma\} = [C](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\} \quad \text{Ecuación (42)}$$

Siendo los vectores $\{\varepsilon_0\}^T$ y $\{\sigma_0\}^T$ las deformaciones y las tensiones iniciales respectivamente. Introduciendo la expresión Ecuación (42) y suponiendo deformaciones y tensiones iniciales nulas, en la Ecuación (41) se obtiene [20]:

$$\int_v \{\delta\varepsilon\}^T [C] \{\varepsilon\} dv = \int_v \{\delta u\}^T (\{X\} - \rho \ddot{u}) dv + \int_s \{\delta u\}^T \{t\} ds \quad \text{Ecuación (43)}$$

Que constituye la formulación del PTV y relaciona el sistema de cargas real y esfuerzos con el virtual de desplazamientos.

4.3.2. Funciones de interpolación

Discretizado el continuo, el objetivo es tomar un conjunto de funciones de interpolación $N(x, y, z)$ que definan de manera única el campo de desplazamientos dentro del elemento $u(x, y, z)$ en función de los desplazamientos en los nodos del mismo $\{U\}$, tenemos la Ecuación (44) [20]:

$$\{u(x, y, z)\} = [N(x, y, z)]\{U\} \quad \text{Ecuación (44)}$$

Una vez conocidos los desplazamientos en todos los nodos se determinan las deformaciones mediante la siguiente ecuación, que expresa cuánto valen las deformaciones cuando se produce un campo de desplazamientos [20]:

$$\{\varepsilon\} = [D]\{u\} \quad \text{Ecuación (45)}$$

Donde $[D]$ es el operador diferencial que depende del problema en estudio, por tanto derivando los desplazamientos dentro del elemento, obtenemos las deformaciones dentro del elemento.

Sustituyendo el valor del desplazamiento se obtiene Ecuación (46), donde se obtiene el valor de las deformaciones en función de los desplazamientos nodales [20].

$$\{\varepsilon\} = [D][N]\{U\} = [B]\{U\} \quad \text{Ecuación (46)}$$

La derivada de la matriz de funciones de interpolación $[N]$ es la matriz cinemática $[B]$

Sustituyendo la Ecuación (46) en la expresión del PTV, Ecuación (43), se llega a la Ecuación (47) [20]:

$$-\int_v [B]^T [C][B]\{U\} dv + \int_s [N]^T \{t\} ds + \int_v [N]^T (\{X\} - \rho[N]\{\ddot{U}\}) dv = 0 \quad \text{Ecuación (47)}$$

Reordenando, es posible llegar a un sistema de la forma [20]:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{P\} \quad \text{Ecuación (48)}$$

Donde se definen [20]:

- Matriz de masa consistente:

$$[M] = \int_v [N]^T \rho [N] dv \quad \text{Ecuación (49)}$$

- Matriz de rigidez:

$$[K] = \int_v [B]^T [C][B] dv \quad \text{Ecuación (50)}$$

- Matriz de cargas nodales consistentes:

$$\{P\} = \int_v [N]^T \{X\} dv + \int_s [N]^T \{t\} ds \quad \text{Ecuación (51)}$$

Las matrices anteriores son generales y permiten determinar las matrices elementales para cualquier tipo de discretización.

4.3.3. Síntesis de las características globales

Las anteriores matrices se calculan para cada uno de los elementos. Realizando una transformación de coordenadas a las denominadas coordenadas unitarias de cada elemento, las matrices quedan en función de parámetros puramente geométricos y se facilita la integración numérica. Antes de proceder al ensamblaje de todas las ecuaciones se debe realizar la transformación inversa a coordenadas globales con objeto de disponer de todas las matrices formuladas respecto al mismo sistema de coordenadas.

Una vez que se dispone de las matrices y vectores elementales en coordenadas globales su acoplamiento en el sistema puede realizarse según el llamado método directo, por el que se suma en cada posición nodal la contribución realizada por los distintos elementos [20].

4.3.4. Imposición de condiciones de contorno. Solución

Previamente a la obtención de la solución del sistema de ecuaciones planteado es necesario imponer los desplazamientos nodales que sean conocidos. El sistema resultante se puede dividir en dos términos: uno que contenga los desplazamientos impuestos y otro los incógnita. Resolviendo este sistema se obtendrán dichos desplazamientos nodales, a partir de los cuales es posible calcular tensiones y deformaciones. [20]

4.4. ¿Cómo trabaja el MEF en la práctica?

En el capítulo “**Análisis de las Herramientas Usadas**” y a lo largo de los capítulos siguientes se explica el funcionamiento práctico para los programas usados. En este apartado se hace una introducción general.

Los programas informáticos que aplican este método, funcionan desarrollando un tratamiento de los datos en tres etapas diferenciadas [4]:

4.4.1. Preproceso

En esta etapa se introducen todos los datos del problema; se define la geometría, se genera la malla, se determinan las condiciones de contorno, se introducen los datos de las propiedades de los materiales y se definen propiedades de aplicación de estos materiales a la geometría creada. En ocasiones existen operaciones de regularización de la malla y pre-acondicionamiento de la geometría para garantizar una mejor aproximación o una mejor convergencia del cálculo.

4.4.2. Proceso

El **Proceso** o **Cálculo** (*Solver* en inglés) asociado a un algoritmo, toma los datos generados en el preproceso y calcula el tipo de análisis que se haya solicitado, devolviendo los resultados que serán mostrados en el postprocesado. En un problema simple no-dependiente del tiempo, permite generar un conjunto de N ecuaciones y N incógnitas, que puede ser resuelto con cualquier algoritmo para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Cuando el problema a tratar es un problema no lineal o un problema dependiente del tiempo a veces el cálculo consiste en una sucesión finita de sistemas de N ecuaciones y N incógnitas que deben resolverse uno a continuación de otro, y cuya entrada depende del resultado del paso anterior.

4.4.3. Postproceso

Permite ver gráficamente sobre la geometría mallada que anteriormente se había generado, los resultados del cálculo, mediante mapas de colores cuyos intervalos de las magnitudes estudiadas están definidas para cada color o se pueden obtener los resultados también de otras maneras, como otro tipo de gráficos o informes. El algoritmo trabaja desde el cálculo, proporciona valores de cierto conjunto de funciones en los nodos de la malla que define la discretización, en el Postproceso se calculan magnitudes derivadas de los valores obtenidos para los nodos, y en ocasiones se aplican operaciones de suavizado, interpolación e incluso determinación de errores de aproximación.

4.4.4. Tipos de análisis ingenieriles

El programador puede insertar numerosos algoritmos o funciones que pueden hacer al sistema comportarse de manera lineal o no lineal. Los sistemas lineales son menos complejos y normalmente no tienen en cuenta deformaciones plásticas. Los sistemas no lineales toman en cuenta las deformaciones plásticas, y algunos incluso son capaces de verificar si se presentaría fractura en el material.

Algunos tipos de análisis ingenieriles comunes que usan el método de los elementos finitos son [4]:

- Análisis estático se emplea cuando la estructura está sometida a acciones estáticas, es decir, no dependientes del tiempo.
- Análisis vibracional es usado para analizar la estructura sometido a vibraciones aleatorias, choques e impactos. Cada uno de estas acciones puede actuar en la frecuencia natural de la estructura y causar resonancia y el consecuente fallo.
- Análisis de fatiga ayuda a los diseñadores a predecir la vida del material o de la estructura, prediciendo el efecto de los ciclos de carga sobre el espécimen. Este análisis puede mostrar las áreas donde es más probable que se presente una grieta. El análisis por fatiga puede también predecir la tolerancia al fallo del material.
- Los modelos de análisis de transferencia de calor por conductividad o por dinámicas térmicas de flujo del material o la estructura. El estado continuo de transferencia se refiere a las propiedades térmicas en el material que tiene una difusión lineal de calor.

Capítulo 5

Metodología

5.1. Introducción

Se puede definir la metodología como la rama que estudia el método. El método se define como el plan seleccionado para alcanzar un objetivo. El metodólogo se apoya en el conocimiento ya verificado por la ciencia, no lo analiza ni estudia, sino que lo usa para incrementar el conocimiento.

En concreto, la metodología de la investigación se puede definir como una disciplina encargada de elaborar, definir y sistematizar el conjunto de técnicas, métodos y procedimientos que se deben seguir durante el desarrollo de un proceso de investigación para la producción de conocimiento. Orienta la manera en que vamos a enfocar una investigación y la forma en que vamos a recolectar, analizar y clasificar los datos, con el objetivo de que nuestros resultados tengan validez y cumplan con los estándares de exigencia científica.

Uno de los pasos más importantes a la hora de abordar un proyecto o una investigación científica es trabajar en la metodología que se seguirá. Cualquier proyecto o investigación se puede extender indefinidamente si no se acotan los límites del estudio y se establecen las pautas de trabajo que se aplicarán.

El enfoque obtenido gracias a la metodología es importantísimo porque es usual dedicar tiempo y esfuerzo que no es productivo trabajando en aspectos que se podían haber desechado desde un principio si se hubiera desarrollado el plan de trabajo, definido los métodos a utilizar y expuesto las técnicas. Esta etapa es muy útil al principio y durante la investigación ya que desarrollando cada punto en tareas y objetivos: obtenemos una visión más realista del trabajo real que tendremos que dedicarle a cada punto y definimos los medios o herramientas necesarias para llevarlo a cabo.

La etapa de recopilación de información ayuda a disminuir la cantidad de información que necesitamos y recopilamos, que con internet puede ser inmensa e inútil al mismo tiempo para nuestros objetivos. Decidiremos qué áreas requerirán más esfuerzo. Es una guía y un índice al que acudir cuando no sabes cómo continuar con el trabajo y tiene la característica de ser flexible, se puede rediseñar si es necesario.

5.2. Metodología del planteamiento del problema

Se dispone del plano de conjunto del eje montado y del plano correspondiente al cuerpo de eje, pertenecientes a RENFE. Ambos planos están adjuntos en el **“Anexo A”**. El plano de conjunto del eje montado indica la posición del eje en su aplicación al tren CIVIA, pertenece a un bogie remolque, se trata de un eje no tractor también denominado *eje portador*.

La herramienta de cálculo para los análisis es el Método de los Elementos Finitos (MEF) en su aplicación en programas informáticos CATIA V-R19 por un lado y PATRAN/NASTRAN 2014 Student Edition por otro.

Se hará un análisis riguroso del eje en el caso estático y un análisis a fatiga, de durabilidad frente a ciclos o S-N. El análisis del eje montado, cuerpo de eje y rueda con el rail, se estudiará, para obtener los modos propios de vibración del conjunto simulando las condiciones de trabajo.

Todos los análisis se hacen para tres distintos supuestos, se quiere determinar el comportamiento del eje desde el punto de vista del diseño mecánico, si el eje estuviera compuesto de otros materiales. Los materiales que se usarán son; un acero de las mismas características que un eje real, aluminio y titanio. Se escogen unas aleaciones de aluminio (duraluminio serie 2024) y titanio (Ti-6Al-4V) de gran aplicación en la industria aeronáutica.

En el conjunto eje-rueda-raíl se escogen distintos aceros para el rail y la rueda, según los valores de resistencia que son usuales en la industria ferroviaria. También se ha hecho hincapié minuciosamente en que las condiciones de contacto entre la rueda y el rail sean fieles a la realidad, pues de esto depende la transferencia de cargas, para lo cual se han estudiado normativas para poder diseñar los planos del perfil de la rueda, pues los planos del despiece de la rueda no se poseen, se desconocían medidas concretas importantes como ángulos del perfil de rodadura. Se busca un perfil de carril normalizado y ampliamente usado en las líneas de transporte donde circula este tren (UIC-54) y usando bibliografía también se determinan posiciones relativas entre rueda y rail.

Primero se realizan los estudios para el caso del eje compuesto de acero, comparando los resultados con cálculos analíticos (estática) y valores máximos de tensión admisible para el ensayo de fatiga que aparecen las Norma Europea de Aplicaciones Ferroviarias (*UNE-EN 13103 Ejes portadores, método de diseño* [8]) Al dar por válido el resultado, en el caso del acero, se concluye que el procedimiento ha sido correcto y se usan los mismos parámetros en el preprocesado y análisis para los otros materiales, el aluminio y el titanio.

Se comparan posteriormente los valores obtenidos con el cambio de material y se establecen conclusiones.

Se plantea la realización de los siguientes pasos en el desarrollo del proyecto, cuya metodología se especificará en los apartados subsecuentes:

- **Analizar las herramientas usadas.** En este apartado se quiere determinar cuál es la capacidad en el cálculo por medio del MEF en los análisis solicitados para los programas que se usaran. ¿Son fiables los resultados? ¿De qué depende la fiabilidad? El primer paso para analizar las herramientas usadas es un análisis de sensibilidad de estas ante un ejemplo sencillo, para lo cual se somete a una viga empotrada a una fuerza y un momento y se hace un cálculo de errores, tomando como el valor real de las magnitudes de tensiones y desplazamientos los obtenidos en el cálculo manual. Esta viga que se analiza tiene medidas aproximadas al eje ferroviario.
- **Creación de la geometría.** Se crea la geometría en sólidos tanto del eje como del conjunto del eje montado y carriles en CATIA. Posteriormente se guarda como un archivo .stp ó .igs y se exporta a Patran.

La geometría del eje se debe simplificar para que Patran pueda crear un sólido y no de problemas en el mallado, más adelante se especifica este punto.

- **Planteamiento del problema y datos de partida.** Se explica la importancia de los análisis llevados a cabo. Se establecen la hipótesis que se tomarán en cuenta de cara al análisis, se establecen las cargas a las que está sometido el eje incluyendo el cambio de material, se determinan las restricciones mínimas a aplicar y se definen los materiales que se usaran en cada caso, el tipo de acero, aluminio y titanio, las propiedades mecánicas de estos se sacan de bibliografía usando fuentes fiables usadas en la industria [21] [22]. En el apartado de materiales se plantean problemas que harían difícil la sustitución del eje de acero por uno de aluminio o titanio.
- **Análisis estático del eje con CATIA y PATRAN.** Se analiza el eje sometido a las sollicitaciones en estática en acero, aluminio y titanio mediante el MEF. Para hacerse una idea de los resultados que se deben obtener, primero se realiza un modelo y se hace un cálculo “a mano”. Luego se realiza el análisis aplicando el MEF por medio de los programas CATIA y PATRAN/NASTRAN. En el programa PATRAN se trabaja en archivos separados, uno para cada material. Se calcula el factor de seguridad estático usando el criterio de fallo estático de Von Mises y por último se comparan y estudian los resultados.
- **Análisis a fatiga del eje.** Se introduce a cómo funciona el programa PATRAN/NASTRAN de aplicación del MEF en el análisis de durabilidad a fatiga. Se parte del eje en el caso de acero, aluminio y titanio, sometido a las mismas cargas y restricciones que en el análisis estático. Se determinan los parámetros a introducir que solicita el programa para poder ejecutar este estudio, calculando los valores correspondientes al acero, aluminio y titanio solicitados para el análisis S-N, según un manual del software cuyo extracto se puede observar en el “**Anexo B**”. Se realiza en Excel un diagrama SN de fatiga con estos valores calculados, para los tres materiales. Se crea una carga cíclica que varía entre 1 y -1, que multiplicará las cargas del eje en cada instante. Después de asociar estas cargas por medio de una tabla, se procede al procesado. Se obtiene, la durabilidad y tensiones máximas absolutas de los tres materiales, se comparan las tensiones del eje de acero con las admisibles en la Norma Ferroviaria [8]. Se calcula el factor de seguridad empleado el criterio de Goodman. Se exponen resultados y observaciones.
- **Análisis modal del eje montado.** Después de una introducción teórica a las vibraciones mecánicas y la importancia de los análisis de vibraciones, se pasa al preprocesado se explica cómo se puede mallar el conjunto eje-rail-rueda. Se parte de las mismas cargas y restricciones que tenía el eje en todos los análisis previos, que son las del “**Planteamiento del problema**”. Se determinan las condiciones de contorno del conjunto, incluidas la creación de las condiciones de contacto. Se realiza primero un análisis de contacto entre los elementos del conjunto, pues muchos parámetros que se introducen a voluntad del usuario, así como la precisión del mallado pueden cambiar los resultados drásticamente y se debe asegurar que los componentes no trabajan de forma separada por falta de contacto.

Posteriormente a la prueba de que todo es correcto se obtienen los primeros veinte modos propios de vibración en un intervalo de frecuencias de 0-10000 Hz. Se prueba, aunque no se incluye, con otros rangos menores de frecuencias (0-1000 Hz, 0-500 Hz) sin encontrar modos a frecuencias menores que las que ya se habían obtenido en el rango de 0-10000 Hz. En este caso, se crean los materiales de acero, aluminio y titanio, así como cargas de pretensado asociadas correspondientes y casos de carga para cada material. Ejecutados los análisis y estudiado los resultados se determinan las conclusiones.

- **Conclusiones y trabajos futuros.** En este apartado se resume y recopila todas las conclusiones que se han obtenido a lo largo del proyecto.

Capítulo 6

Análisis de las herramientas usadas

6.1. Introducción

El propósito de este apartado es; por un lado hacer una introducción a los programas informáticos usados, CATIA V-R19 y PATRAN/NASTRAN 2014 y por otro lado, hacer un estudio comparativo para determinar mediante un ejemplo simple la precisión en el cálculo de las herramientas usadas. La metodología para contrastar las soluciones obtenidas será la siguiente:

- 1.- Análisis estático de una viga empotrada analíticamente: esfuerzos, deformaciones, tensiones de Von Mises y máxima tensión principal.
- 2.- Análisis estático de la viga empotrada mediante el programa CATIA V-R19.
- 3.- Análisis estático de la viga empotrada analíticamente mediante los programas PATRAN-NASTRAN 2014 Student Edition.

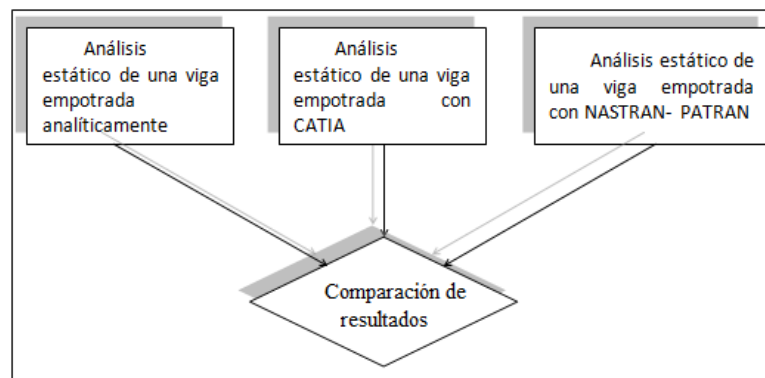


Figura 42. Diagrama del procedimiento del análisis de sensibilidad

6.2. Datos del problema

En el estudio comparativo se usará una viga empotrada de sección circular, con una carga F y un momento M en el extremo libre. El material que se usará para los análisis en CATIA y PATRAN será un Acero con módulo de Young $E=207$ GPa y relación de Poisson $\nu = 0.3$.

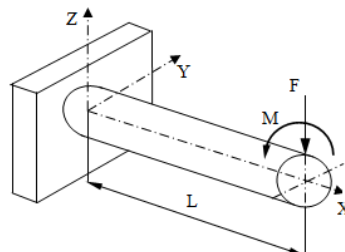


Figura 43. Descripción del problema para el análisis de sensibilidad de los programas.

Donde los datos son: $R=100$ mm, $L=1000$ mm, $F=100$ N, $M=100000$ MPa

La razón de haber escogido estos datos y no datos unitarios de longitudes y cargas es aproximar las dimensiones de la viga circular a las del eje ferroviario que posteriormente se estudiara.

Nota: En todos los cálculos y por conveniencia a la hora de comparar resultados entre los distintos programas siempre introduciré como unidades de entrada:

Longitud (mm); Fuerza (N); Tensión (MPa)

6.3. Cálculo estático analítico de la viga

6.3.1. Cálculo de movimientos

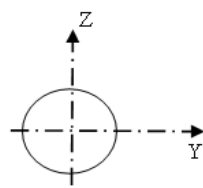
Los movimientos en el *plano* XZ se deberán a la carga en el extremo de la viga $F=100$ N en dirección Z negativa, ya que el momento torsor producirá giros en la sección contenida en el *plano* YZ.

Al estar la viga por un extremo empotrada y en el otro extremo libre, es en el extremo libre, *sección B* donde serán máximos los desplazamientos y giros, para este caso usaré la siguiente fórmula [23] para hallar el desplazamiento en B:

$$\downarrow f_B = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad \text{Ecuación (52)}$$

Donde E es el módulo de Young e I es **el momento de inercia** de la sección transversal.

Sabemos que para una sección con forma de circunferencia, **los momentos de inercia según el eje Z y el eje Y** serán I_z y I_y , el **momento polar de inercia** que se denotará I_0 se obtienen por medio de la fórmula que aparece en la Figura 44:



$$I_y = I_z = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot R^4$$

$$I_0 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^4$$

Figura 44. Momentos de inercia de una sección circular.

Aplicando las formulas anteriores al problema, se obtiene flecha en B:

$$\downarrow f_B = \frac{100 \cdot 1000^3}{3 \cdot (207 \cdot 10^3) \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 100^4\right)} = 2,0503 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

6.3.2. Cálculo de esfuerzos

En primer lugar se resolverá el problema analíticamente, para lo cual gracias al *Teorema de Superposición* [23] el problema se puede descomponer en la suma de dos estados, un estado es el correspondiente a la carga F aplicada en el extremo de la viga y el otro estado es el correspondiente al momento torsor también aplicado en el extremo de la viga:

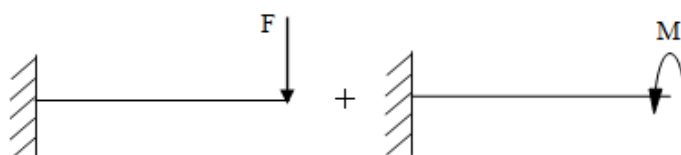


Figura 45. Descomposición de la viga en dos estados superpuestos.

Siendo A la sección en el empotramiento y B la sección del extremo de la viga, se determina por medio de las leyes de esfuerzos que la sección A es la más desfavorecida, como se puede apreciar en los diagramas de leyes de esfuerzos de la Figura 46:

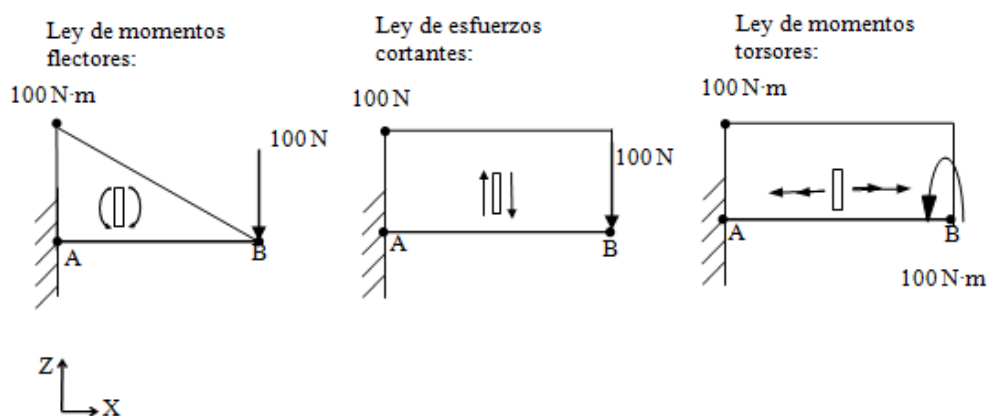


Figura 46. Leyes de esfuerzos en la viga.

El esfuerzo normal máximo según la dirección X para una viga o eje de sección circular se puede calcular mediante la Ecuación (53), esta tensión será máxima en la superficie del eje [16]:

$$\sigma_x = \frac{M \cdot d/2}{I} = \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3} \quad \text{Ecuación (53)}$$

Siendo ***M el momento flector*** en la sección crítica e *I* el momento transversal de inercia del eje.

Las tensiones máximas se calculan en la sección más desfavorecida y en el punto sometido a mayor tensión que es el punto $Z = R = 100 \text{ mm}$.

Teniendo en cuenta la dirección tomada por los ejes de ordenadas para la aplicación de la fórmula de la tensión normal y sabiendo que las tensiones normales en la sección A se deben al momento flector, ya que no tenemos un esfuerzo axial aplicado, la tensión normal máxima con dirección del eje X en esta sección es:

$$\sigma_{A,max} = \frac{M_y \cdot d_{max}/2}{I_y} = \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3} = \frac{32 \cdot 100 \cdot 10^3}{\pi \cdot 200^3} = 0,1273 \text{ MPa}$$

La tensión tangencial en la sección circular transversal A tiene dos contribuciones; una debida al esfuerzo cortante y la otra debida al momento torsor. La tensión tangencial máxima debido al cortante se da en el punto medio de la sección, al contrario que la tensión tangencial máxima debido al torsor que se da en la periferia de la sección. Comparando ambas tensiones máximas en módulo sin tener en cuenta el punto donde se dan, concluyo que la tensión debido al cortante es despreciable respecto a la debida al torsor.

La tensión tangencial máxima en la sección considerada, es la tensión tangencial en la superficie de la viga. Al ser la viga de sección circular la fórmula a usar es la misma que si se tratara de un eje macizo de sección circular [16]:

$$\tau_{xy} = \frac{T \cdot d/2}{I_0} = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} \quad \text{Ecuación (54)}$$

Siendo ***T el momento torsor*** en la sección crítica e I_0 el momento polar de inercia del eje o viga con sección circular.

Así la tensión tangencial máxima a tener en cuenta será la debida al momento torsor en $R = R_{max} = d/2 = 100 \text{ mm}$:

$$\tau_{A,max} = \frac{T \cdot d/2}{I_0} = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3} = \frac{16 \cdot 100 \cdot 10^3}{\pi \cdot 200^3} = 0,0637 \text{ MPa}$$

Estamos ante un estado tensional plano con una tensión normal nula. El tensor de tensiones es (Ecuación (55)):

$$[T] = \begin{pmatrix} \sigma_{nx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_{ny} \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación (55)}$$

Donde para este punto situado en la sección A de coordenadas (0, 0, 100) se han calculado las componentes de este tensor de tensiones:

$$\sigma_{A, \max} = \sigma_{nx}; \sigma_{ny} = 0; \sigma_{nz} = ; \tau_{A, \max} = \tau_{xy}$$

Se pueden obtener las tensiones principales por medio de las fórmulas para el centro C y el radio R del **Círculo de Mohr**:

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{nx}}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \text{Ecuación (56)}$$

$$C = \left(\frac{\sigma_{nx} + \sigma_{ny}}{2}, 0\right) \quad \text{Ecuación (57)}$$

Que aplicadas al punto que estamos calculando nos dan como resultado

$$R = 0,0900$$

$$C = (0'0636, 0)$$

Sabiendo que $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. La tensión principal mayor, que es la que se tomara en cuenta en el análisis es [23]:

$$\sigma_1 = C + R \quad \text{Ecuación (58)}$$

El resultado para la mayor tensión principal al aplicar esta ecuación es:

$$\sigma_1 = 0,1536 \text{ MPa}$$

Podemos calcular la tensión equivalente de Von Misses por medio de la ecuación:

$$\sigma_{EQ,VM} = \sqrt{\sigma_{nx}^2 + 3 \cdot \tau_{xy}^2} \quad \text{Ecuación (59)}$$

Que en la sección A en el punto R = 100 mm toma el valor:

$$\sigma_{EQ,VM} = 0,1684 \text{ MPa}$$

6.4. Análisis estático con CATIA V

6.4.1. Introducción

Los propósitos de este apartado son:

- Hacer una introducción al funcionamiento del programa CATIA en el MEF.
- Estudiar el error que se observa en un problema del cual se ha obtenido un resultado en el cálculo analítico.

Se ha procedido haciendo un examen del problema propuesto más exhaustivo respecto del planteamiento inicial, ya que los grandes errores obtenidos en el MEF con CATIA han obligado a ampliar el procedimiento. Al tener en cuenta posibles errores en las tensiones debido a la cercanía de condiciones de contorno, **Principio de Saint-Venant**, [23] se han estudiado más puntos de la misma sección:

- Se realiza el estudio en el punto para el que se han realizado los cálculos en el apartado anterior.
- Se estudia el problema propuesto cerca del punto en cuestión, se realizan nuevos cálculos para obtener; desplazamientos, la mayor tensión principal y la tensión de Von Mises en este punto cercano.
- En ambos casos se realizan varios remallados para observar si la solución converge.

A continuación se detallan los pasos que se han llevado a cabo para realizar un análisis estático con el programa CATIA

6.4.2. Preprocesado

6.4.2.1. Módulo de diseño mecánico, modelización de la pieza

A partir del módulo *Mechanical Design* --> *Part Design* de CATIA V, se ha modelado una extrusión en forma de circunferencia de radio $R=100$ mm, creando la sección por medio de un *Sketch* en el plano YZ, se extrusiona la sección por medio de la herramienta *Pad*.

Cada pieza unitaria o *Part* se crea en este módulo y se guarda con extensión .CATpart .A partir de ahora me referiré a las piezas también como Part.

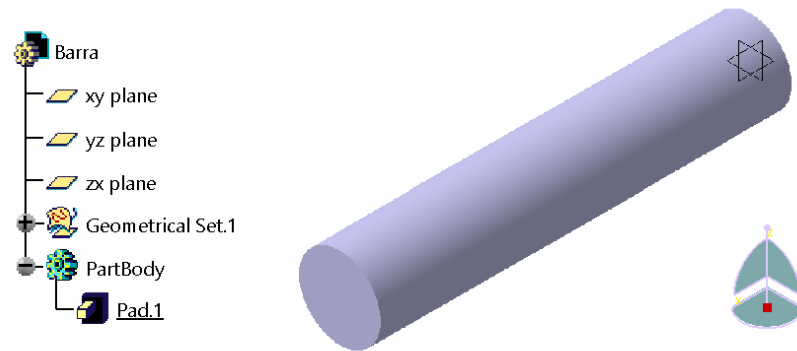


Figura 47. Barra creada en el módulo de Diseño Mecánico.

6.4.2.2. Módulo de análisis mediante el Método de los Elementos Finitos [5]

El análisis mediante el MEF se realiza en el módulo *Analysis & Simulation > Generative Structural Analysis*. En este módulo se entra con el *Part* creado abierto así el programa automáticamente conecta la pieza con su análisis que será guardado con extensión .CATAnalysis

En CATIA como en otros programas informáticos de MEF existen distintos tipos de elementos para crear el modelo del sólido, estos son;

- Elementos lineales o viga, usados en modelos de vigas.
- Elementos sólidos: lineales y parabólicos.

Con elementos lineales los resultados requieren menos recursos computacionales y son más precisos, pero CATIA V-R19 sólo tiene capacidad para devolver en el postprocesado la deformada y los desplazamientos. Al ser uno de los objetivos del proyecto conocer la mayor tensión principal y la tensión de Von Mises, se deben usar elementos sólidos.

Hay dos tipos de elementos sólidos disponibles en CATIA V: lineal y parabólico. Ambos son tetraedros.

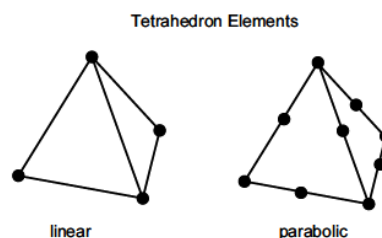


Figura 48. Tipos de elementos sólidos en CATIA V.

El *elemento lineal* (no confundir con el elemento lineal tipo viga) tiene cuatro nodos, uno en cada esquina y el *elemento parabólico* tiene un nodo adicional por arista.

Los *elementos lineales*, al tener menos nodos son computacionalmente más rápidos pero menos precisos. Por otro parte, los *elementos parabólicos* requieren más recursos computacionales pero conducen a resultados más precisos. Otra característica importante de los elementos parabólicos es que pueden ajustarse a superficies curvas pues las caras del tetraedro no tienen por qué conservarse planas.

En general, el análisis de objetos voluminosos requiere el uso de elementos sólidos.

a. Se selecciona el tipo de análisis: Static Analysis

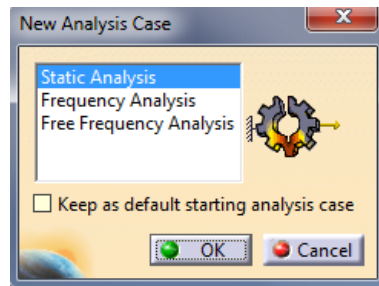


Figura 49. Opciones disponibles en el módulo de Análisis Estructural.

b. Tamaño del elemento y holgura entre el modelo en elementos y la pieza.

Al realizar el mallado hay que determinar la magnitud de dos parámetros denominados *size* (tamaño) y *sag* (holgura).

El concepto de tamaño del elemento está relacionado con la precisión de los resultados que calcularemos. Un tamaño del elemento más pequeño conduce a resultados más precisos a expensas de un tiempo de cálculo mayor.

El término *sag* u holgura es un parámetro que controla la desviación entre la superficie de la pieza creada como **Part** y la superficie del contorno del mallado del MEF. Por lo tanto, un valor menor *sag* es una mejor aproximación de la pieza.

Para empezar, elijo un tamaño del elemento de 30 mm que resulta adecuado para empezar teniendo en cuenta las dimensiones de la pieza.

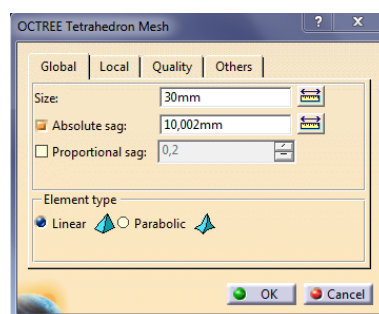


Figura 50. Tamaño de elemento para el primer mallado.

c. Asignación de las propiedades del material.

Anteriormente se ha creado un material para este ejercicio: ACERO AISI 1040 [22], cuyas propiedades mecánicas son las mismas que usamos en el cálculo estático analítico de la viga.

Se determina el material usando la barra de herramientas *Model Manager* utilizando el icono *Isotropic Material*.

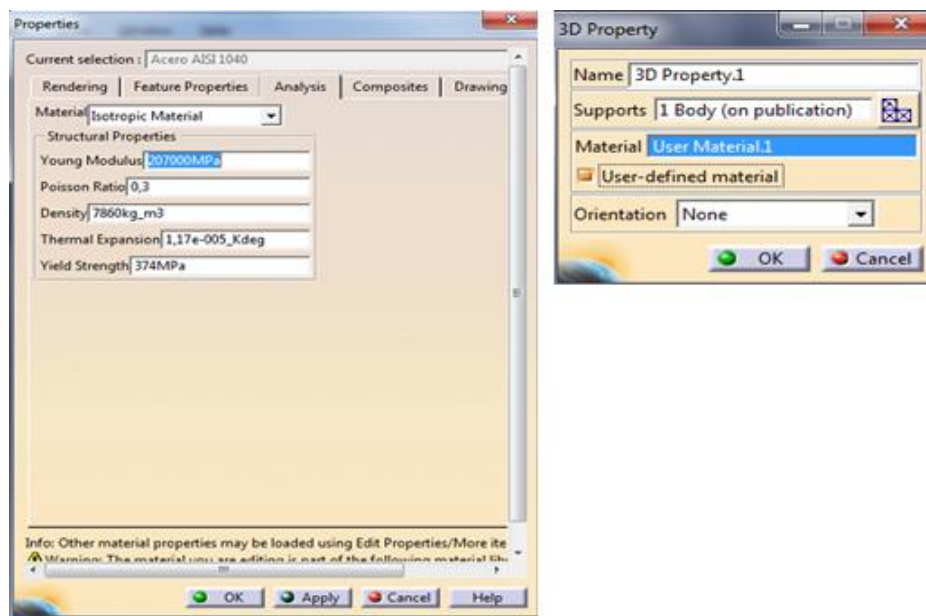


Figura 51. Asignación de las propiedades del material

Una vez definido qué material para asociarlo a los elementos de la malla se selecciona la rama del árbol *Solid Property.1* y se rellenan los parámetros del cuadro de diálogo seleccionando la pieza y el material creado en las casillas correspondientes.

d. Aplicar las restricciones:

El módulo de análisis de elementos finitos de CATIA se basa en la geometría. Esto significa que las condiciones de contorno no se pueden aplicar a los nodos y elementos. Las condiciones de contorno sólo se pueden aplicar en el nivel de la pieza. Al entrar en el módulo *Generative Structural Analysis*, el *Part* se oculta automáticamente.

Las restricciones se refieren a la aplicación de condiciones de contorno de desplazamiento que se consigue a través de la barra de herramientas *Restraint* y se aplican a toda la superficie correspondiente. Para determinar el empotramiento de en barra se usa el comando *Clamp*

e. Aplicar cargas:

En análisis de elementos finitos, las cargas *Loads* se refieren a las fuerzas. La barra de herramientas *Load* se utiliza para este propósito. Las fuerzas se aplican a toda la superficie correspondiente.

- Para aplicar la fuerza $F=100\text{N}$. *Load--> Distributed Force*
- Para aplicar el momento $M=100\text{ N}\cdot\text{m}$. *Load--> Moment*

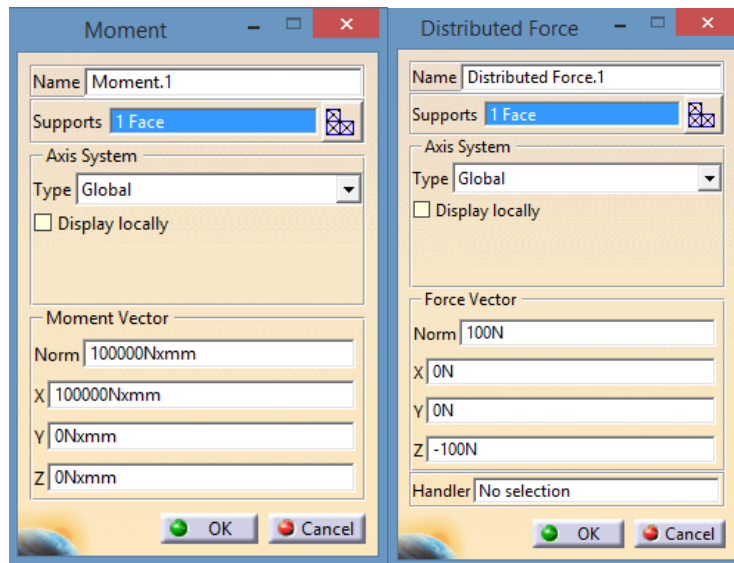


Figura 52. Aplicación de restricciones y cargas en la viga.

6.4.3. Procesado

Para que empiece el análisis se selecciona la barra de herramientas *Compute*. Dejo los valores por defecto como *All* lo que significa que todas las opciones que tenga el programa por defecto definidas para este apartado se calcularán.

Una ventana desplegable indica el gasto en recursos que necesitará el ordenador, y pregunta si se desea continuar. Se puede observar que no son valores demasiado altos como para que se bloquee el ordenador.

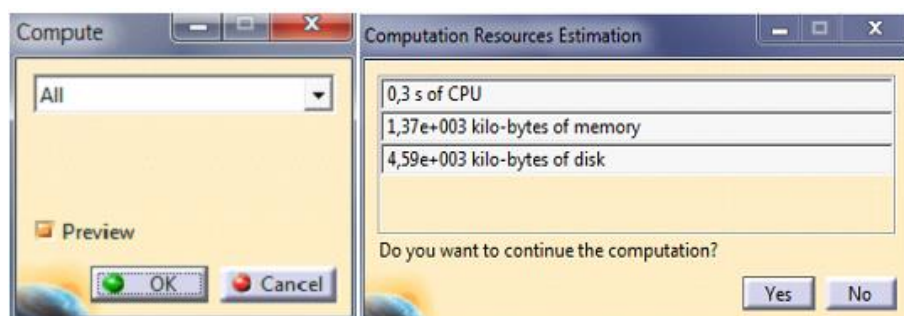


Figura 53. Opción de cálculo y recursos computacionales estimados.

6.4.4. Postprocesado

El árbol ha sido cambiado para reflejar la ubicación de los resultados y cálculos. Se podrá observar que a medida que avance el postprocesado, los resultados obtenidos quedan registrados en la rama *Static Case* (Caso estático), en forma de diferentes **Plots**, un *Plot* es la imagen del resultado de datos, como la deformada, las tensiones de Von Mises, etc. Al apuntar a un *plot* en el árbol y seleccionando con el botón derecho del ratón, se puede activar y aparece el gráfico en la pantalla. También se puede podremos volver a ellos mostrándolos u ocultándolos con la herramienta *Hide/Show*.

Para conseguir un resultado más preciso, que la banda de colores de cada gráfico, hay varias opciones, entre estas; usando el icono *Information* de la barra de herramientas *Analysis Tools*, se puede seleccionar un nodo y se obtiene la información pedida en concreto para ese nodo, la otra manera, es pedir otras formas de visualización de los resultados, filtrando por zonas o componentes del vector (desplazamiento y tensiones principales), esto se realiza accediendo a la pestaña *Definition*, esta aparece posicionándose sobre el nombre de la imagen o gráfico en el árbol y abriendo un menú que aparece con el botón derecho del ratón,

6.4.4.1. Deformación

La principal barra de herramientas de postprocesado de llama *Image* para ver la deformada se usa el icono *Deformation*. La forma deformada resultante es la que aparece en la Figura 54:

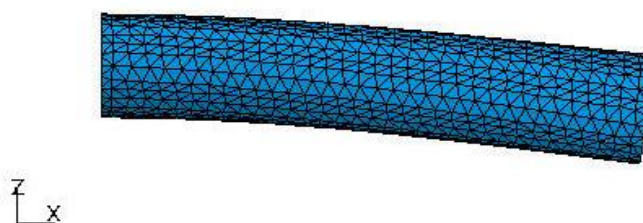


Figura 54. Deformada de la viga en CATIA.

La imagen de la deformación puede ser muy engañosa porque los desplazamientos están a escala, si no estuvieran a escala, no podríamos apreciar a simple vista los desplazamientos, ya que pueden ser del orden de milímetros o incluso milésimas de milímetro. Aunque el factor de escala se ajusta automáticamente, se puede cambiar este valor con *Deformation Scale Factor* en la barra de herramientas *Analysis Tools*

Con el fin de ver el campo de desplazamientos usamos *Image > Displacement*. La imagen obtenida corresponde del campo de desplazamientos en valor absoluto, Figura 55:

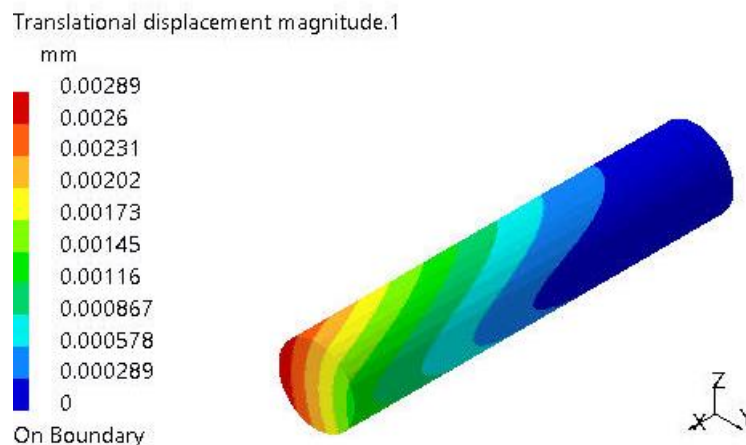


Figura 55. Campo de desplazamientos de la viga.

Se observa que el desplazamiento máximo ocurre en el extremo libre de la viga.

En el cálculo analítico se obtuvo el desplazamiento según la dirección Z. Así pues, escojo para una mejor visualización, ver solo el extremo libre de la viga y la componente en dirección Z.

La siguiente Figura 56, muestra el campo de desplazamientos que viene representado por flechas, el valor de la parte media de la circunferencia, es a lo que se aproxima el modelo del ejercicio que se calculó analíticamente, se observa que el valor que da el grafico en este punto, es muy próximo al valor calculado previamente, este es **-0.00207**, el signo negativo se debe a que el desplazamiento se produce en la dirección Z negativa.

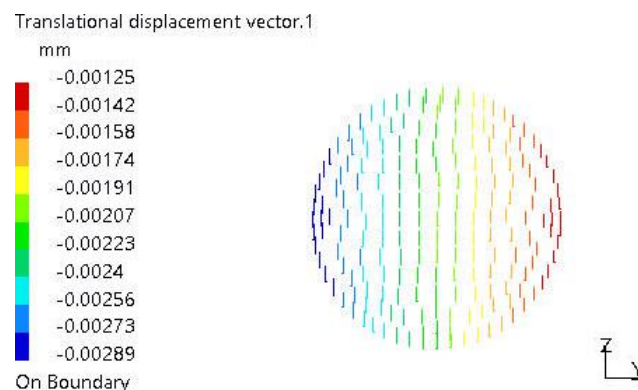


Figura 56. Campo de desplazamientos en la dirección Z del extremo libre de la “viga 1”

6.4.4.2. Mayor tensión principal

En la Figura 57 se puede ver la representación gráfica de la distribución de la mayor tensión principal σ_1 , a lo largo de la viga.

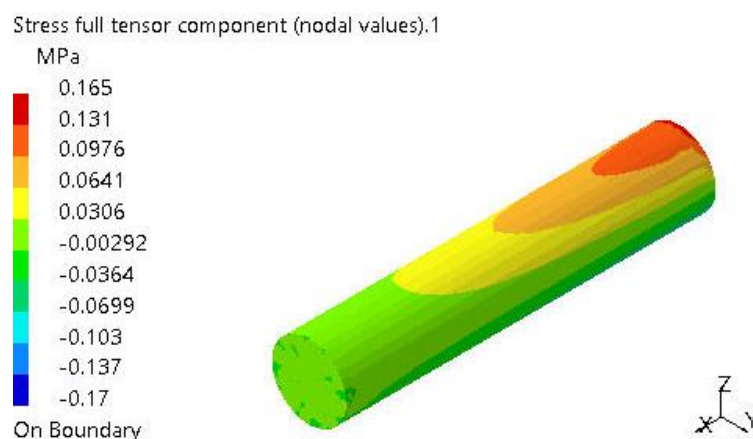


Figura 57. Distribución de la mayor tensión principal en la viga.

La tensión es máxima, como ya se calculó, en el empotramiento y el resultado es del mismo orden al calculado.

En la Figura 58 se puede ver cómo es la distribución de la mayor tensión principal, esta es máxima en las zonas de radio máximo en dirección Z, en esta figura se puede apreciar que la zona superior esta traccionada y la zona inferior de la sección esta comprimida, este resultado es debido a la contribución del momento flector creado por la fuerza $F = -100 \text{ N}$

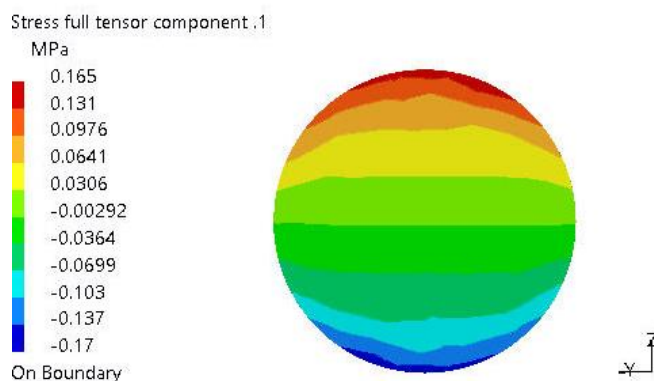


Figura 58. Distribución de la mayor tensión principal en el empotramiento.

6.4.4.3. Tensión de Von Mises

El siguiente paso en el procesamiento posterior es para trazar los contornos de la tensión de Von Mises usando el comando *Von Mises Stress* en la barra de herramientas *Image*:

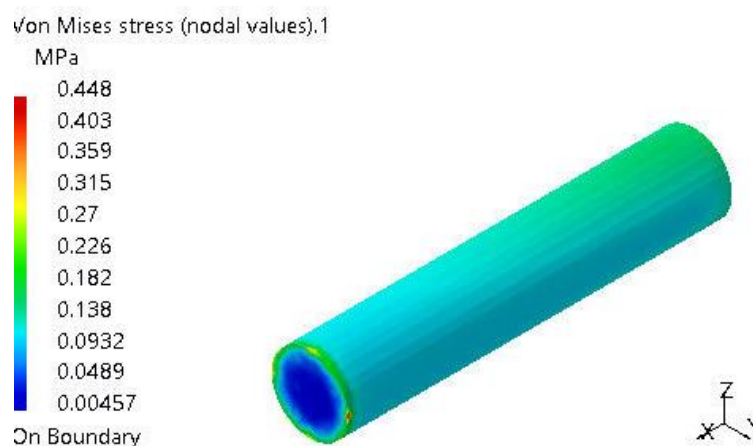


Figura 59. Tensiones de Von Mises en “viga 1”.

Habiendo analizado con anterioridad el problema, se sabe que la sección más desfavorecida debía de ser la del empotramiento, sin embargo se muestra como más cargada la sección del extremo libre pero no se tendrán en cuenta esos los valores máximos, debido a que este pico de tensión se debe a que es la zona donde se han aplicado las cargas al modelo, de modo que la zona más cargada realmente es la del empotramiento en los bordes de la barra donde la tensión equivalente de Von Mises está dentro del intervalo **0,140- 0,175 MPa**, a simple vista por medio de la leyenda de la banda de colores no se sabe con precisión el valor concreto.

Con la herramienta *Information* obtengo que para el nodo de coordenadas (0, 0, 100) la tensión de Von Mises es **0.170428 MPa**. (Figura 60):

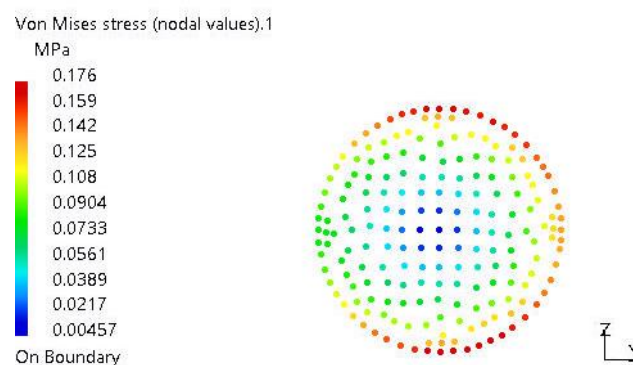


Figura 60. Tensión de Von Misses en el empotramiento de “viga 1”.

6.4.4.4. Error estimado por el programa

Para ver una estimación del error cometido, podemos usar el comando *Image> Precision*, obteniendo la Figura 61:

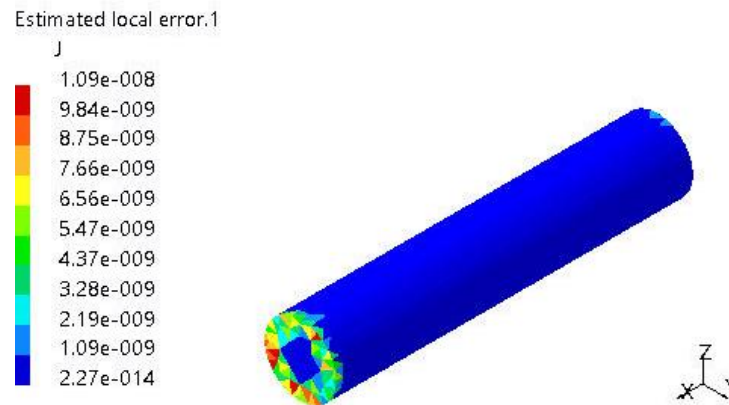


Figura 61. Estimación de CATIA del error cometido.

Al seleccionar el nodo que se está estudiando y pedir más información se obtiene el porcentaje de error global considerado.

6.4.4.5. Archivo resumen resultados

Usando el icono *Basic Analysis Results* se genera un informe en HTML, en este se resumen las características y resultados del análisis de elementos finitos del modelo.

6.4.5. Remallado

Es común cuando no se está seguro de la fiabilidad de los resultados, repetir el proceso de mallado con un tamaño de elemento inferior y observar si el orden de magnitud de la diferencia de resultados entre ambos mallados es significativo.

Un método para remallar es, por ejemplo, remallar a un tamaño de elemento de la mitad del anterior y observar si el cambio de resultados es significativo.

Si es posible remallar solo las partes de la pieza en donde hay concentración de tensiones, es mejor solución que disminuir el tamaño de elemento en todo el modelo. Detallo aquí el proceso seguido:

- Primer mallado: Tamaño del elemento 30 mm
- Segundo mallado: Tamaño del elemento 15 mm
- Tercer mallado: Tamaño de elemento 15 mm y afinado la malla sólo en el extremo del empotramiento. Se crearon tres tamaños de remallado para esta zona superpuestos, con tamaños de elemento de: 10, 5 y 0.5 mm respectivamente.

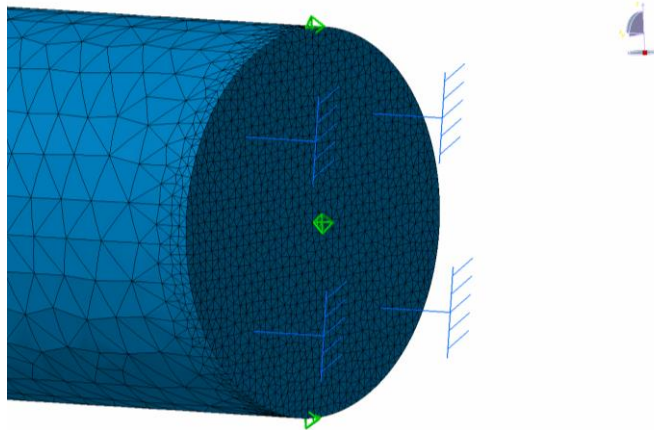


Figura 62. Detalle del afinado del mallado en el empotramiento y tamaño de elemento general 15mm.

6.5. Análisis estático con PATRAN-NASTRAN

6.5.1. Introducción

6.5.1.1. Reseña histórica de NASTRAN

El programa nace de un proyecto interno en la NASA (NAsaSTRuctural ANalysis), sobre cálculo matricial. NASTRAN se programa en lenguaje FORTRAN. A comienzos de los 70 la NASA decide vender su código (por aquella época muy limitado) a empresas privadas para un desarrollo más rápido, y para mejorar el interface con el usuario. Actualmente existen muchos NASTRAN en el mercado, el más utilizado es MSC/NASTRAN. La expansión de la capacidad de NASTRAN en cuanto a tipos de elementos disponibles, soluciones de cálculo, etc. ha sido constante. Hoy en día NASTRAN es el programa de cálculo estándar en la industria aeronáutica y aeroespacial.

6.5.1.2. Descripción del funcionamiento

El software PATRAN – NASTRAN es un dúo de programas de Modelado de Elementos Finitos complementarios y que suelen trabajar juntos donde PATRAN es el preprocesador y el postprocesador y NASTRAN el procesador.

PATRAN crea un archivo de datos con extensión *.bdf* que se ejecuta con NASTRAN. Al terminar de procesar NASTRAN genera varios archivos, los más importantes para los usuarios tienen extensiones *.f06* y *.xdb* (la extensión del archivo que devuelve NASTRAN depende del tipo de análisis, en caso estático es *.xdb*). Este archivo *.xdb* generado por NASTRAN es el que se adjunta a PATRAN para acceder a los resultados, pudiendo PATRAN postprocesarlos y mostrarlos de forma gráfica.

Una forma de trabajar con PATRAN después de haber generado un archivo de datos es aprender el código de programación con el que podremos modificar mediante un editor de textos un archivo *.bdf* ya creado. Podremos añadir al problema, por ejemplo: nuevos casos de carga, cambios en el material, condiciones de contorno, etc. simplemente añadiendo manualmente por medio del editor de textos un par de líneas al archivo en el código del programa NASTRAN, ahorrando tiempo y errores que se suelen dar al estar algún parámetro mal definido.

Para ejecutar el procesado en NASTRAN hay dos maneras:

1. Automática: No hace falta salir de PATRAN y ejecutar NASTRAN para que se dé el procesado, sin salir de PATRAN se realiza el preprocesado, se ejecuta el procesado (el programa manda el archivo automáticamente a NASTRAN), se accede a los resultados y se obtienen los resultados del postprocesado.
2. Manual: Sin que haga falta que PATRAN esté activo, se enciende NASTRAN y lo único que pide es qué archivo quieres ejecutar, este será un archivo con extensión *.bdf* creado en PATRAN que puede haber sido modificado editándolo a mano. Se le da a ejecutar y devuelve en la misma carpeta de salida los archivos relacionados con los resultados. Entre estos el que podemos adjuntar a PATRAN para obtener el postprocesado.

Los errores son comunes, difíciles de encontrar y corregir en PATRAN, incluso siguiendo los pasos de introducción de datos minuciosamente, bloquean el análisis u obtención de los resultados del postprocesado, cuando el procesador NASTRAN encuentra un error nos informa por medio del archivo *.f06*, en este archivo de texto aparecerá un aviso que explica el tipo de error junto a la palabra *FATAL* si es un error que no permitió el correcto procesado o la palabra *WARNING* (“Atención” en español) cuando hay algún problema destacable.

El proceso de resolución de un caso por medio del MEF en PATRAN/NASTRAN se realiza dándole los parámetros necesarios a cada pestaña de la Barra de Aplicaciones, cuyos nombres son: *Home, Geometry, Properties, Meshing, Analysis* y *Results*.

En cada pestaña hay diferentes opciones para el modelado, tanto en los iconos de la barra, como en los menús desplegables de los formularios de cada aplicación, para cada selección se abre un formulario, donde se rellenan los campos de datos y que a su vez tienen subformularios.

Patran no asigna unidades de medida a las magnitudes, por lo que las unidades de los datos introducidos deben de ser coherentes. Se introducirán los datos de longitud en milímetros, las fuerzas en Newton; por lo que obtendremos resultados de longitud en mm, de fuerzas en Newton y tensiones en MPa:

$$1 \frac{N}{mm^2} = 1MPa$$

6.5.2. Preprocesado

a. Crear una nueva base de datos Patran

Se crea una nueva base de datos Patran. Se establecen las dimensiones aproximadas del modelo en la casilla correspondiente y se elige como tipo de análisis, el estructural.

b. Pestaña Geometry

En esta pestaña se crea la geometría. Seleccionando *Create, Solid, Primitive* e introduciendo los datos $R=100$ mm y $L=1000$ mm a lo largo del eje X se crea un cilindro sólido.

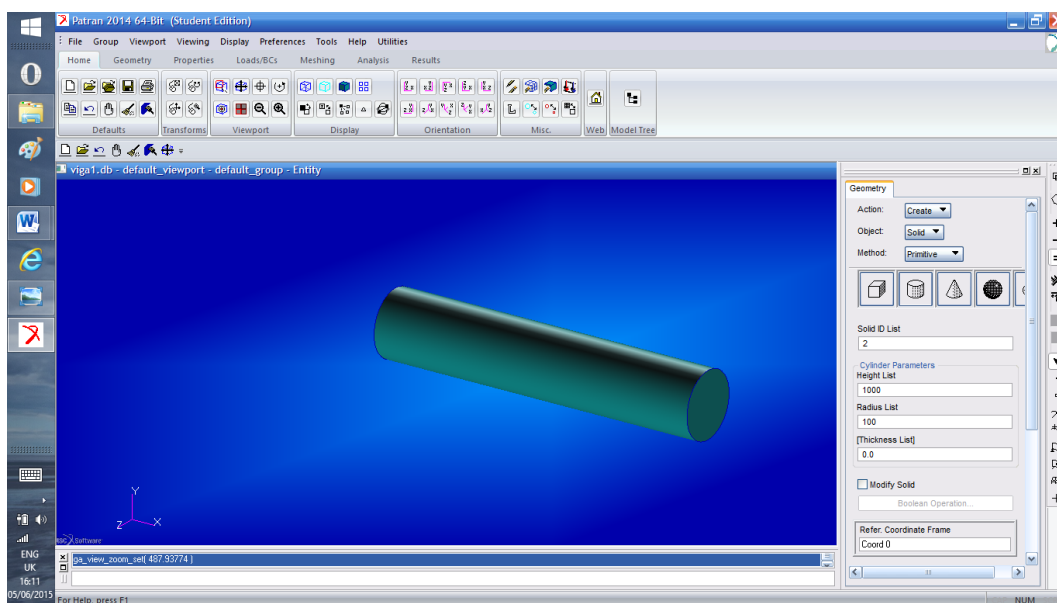


Figura 63: Aspecto de la ventana de trabajo de Patran y creación de la geometría.

c. Pestaña Properties

Seleccionando *Create, Isotropic, Manual input*. Se crea el material isotrópico, con propiedades homogéneas. Datos: Nombre "Acero". Modelo elástico lineal, $E = 207000$ MPa, $\nu = 0.3$, $\rho = 7860 \times 10^{-9}$ kg/mm³

En la misma pestaña *Properties*: Seleccionando *Create, 3D, Solid*. Se crea una propiedad física, se trata de especificar qué tipo de elemento es, la geometría es un sólido homogéneo en tres dimensiones y le aplicamos el material, Acero.

d. Pestaña Meshing

Se crea una malla de elementos finitos en el sólido, el tipo de elemento elegido es *Tet* (tetraedro), viene por defecto para sólidos.

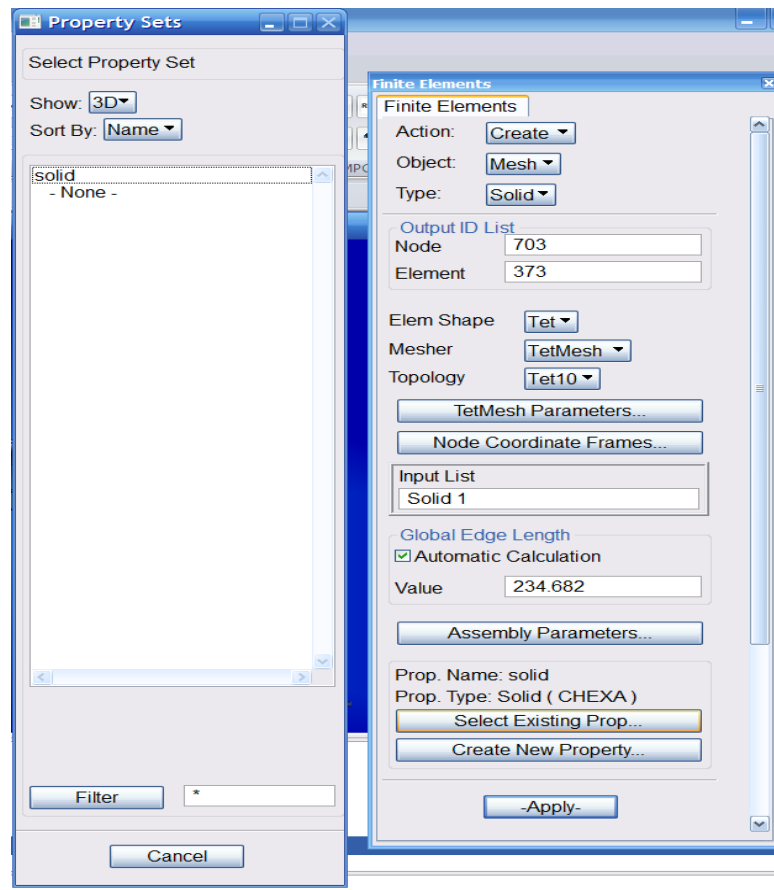


Figura 64. Creación del material.

Para evitar tener nodos superpuestos o demasiado cercanos usamos la herramienta *Equivalence* de la misma pestaña.

e. Pestaña Loads/BCs

En esta pestaña se definen las cargas y las condiciones de contorno o restricciones.

En el origen de coordenadas defino el empotramiento, bloqueando los seis grados de libertad, estos son los tres desplazamientos según los ejes X, Y, Z y los tres giros correspondientes.

Aplico esta condición a los nodos de la viga que coinciden con el origen del sistema de coordenadas en $X=0$.

Para definir las restricciones en las casillas *Translations* y *Rotations* se escribe un cero en cada grado de libertad que se quiera bloquear, si quisiéramos permitir un desplazamiento o rotación se deja un espacio en blanco:

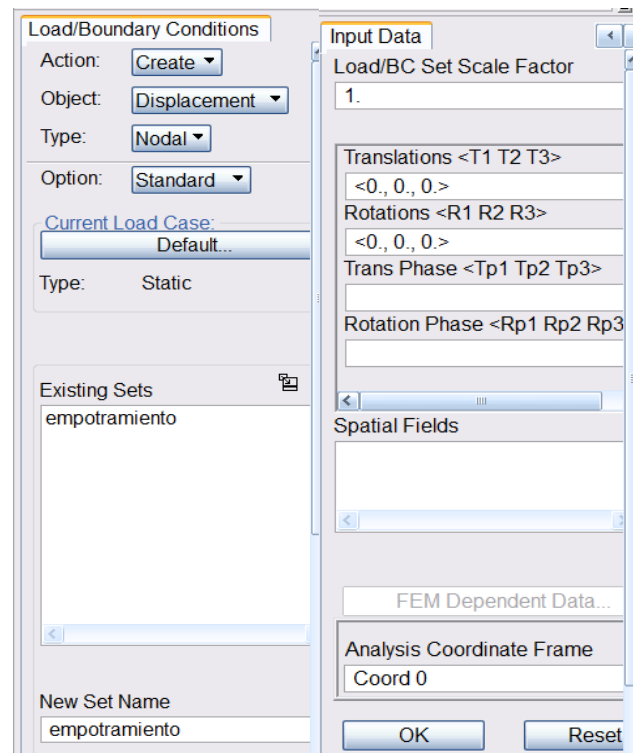


Figura 65. Creación del empotramiento.

En Patran cada eje del sistema de coordenadas global y las rotaciones correspondientes a cada eje, están numeradas como indica la Figura 66:

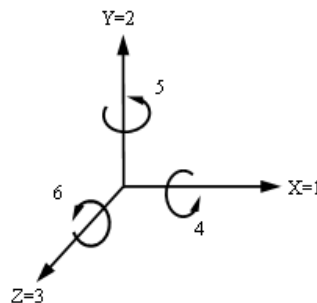


Figura 66. Numeración de ejes en el sistema de coordenadas global.

Los grados de libertad bloqueados aparecen representados en la pantalla con esta numeración. Esta denominación de ejes también es usada al crear geometría a lo largo de un eje.

Desplegando el menú *Object* se pueden definir las cargas: Estas son, una fuerza de 100 N en dirección Z negativa y un momento de 100.000 N·mm con giro según la regla de la mano derecha en dirección X positiva.

En la pantalla aparecen:

- Las fuerzas y momentos representados por medio de flechas amarillas.
- Los grados de libertad restringidos con conos azules y la numeración correspondiente a la restricción aplicada
- Los nodos aparecen representados como puntos de color rojo.

Quedando la viga:

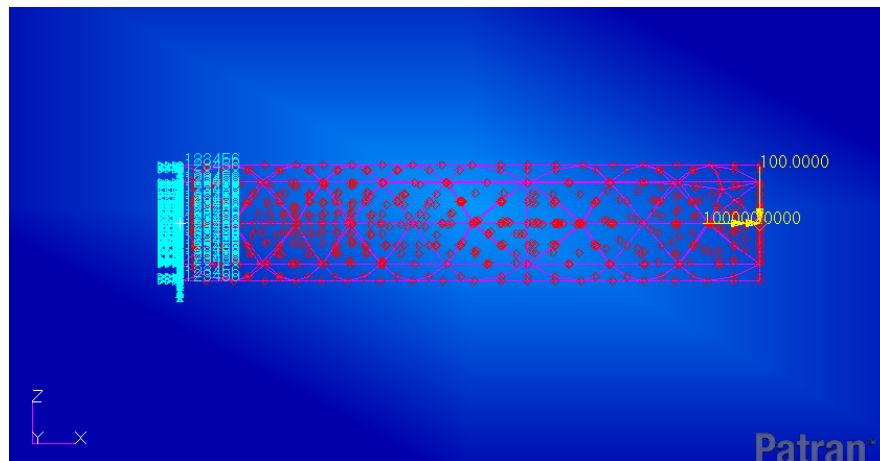


Figura 67. Viga mallada, con cargas y empotramiento asignados a nodos.

6.5.3. Procesado

f. Pestaña Analysis

El análisis es de un estado estacionario y la solución buscada es la estática lineal.

Como se ha explicado en la introducción, PATRAN automáticamente ejecuta NASTRAN sin salir del programa, además se puede acceder al archivo de resultados desde esta misma pestaña para poder obtener los resultados posteriormente en gráficos.

Para acceder a los resultados existe la opción adjuntar archivo de resultados, se selecciona el archivo extensión *.xdb* creado por NASTRAN.

6.5.4. Postprocesado

Cambiando las distintas selecciones posibles en la pestaña *Results* se muestran en pantalla gráficos donde se pueden observar los resultados.

6.5.4.1. Movimientos

El desplazamiento según el eje Z obtenido es mucho más próximo al resultado analítico que el obtenido en CATIA:

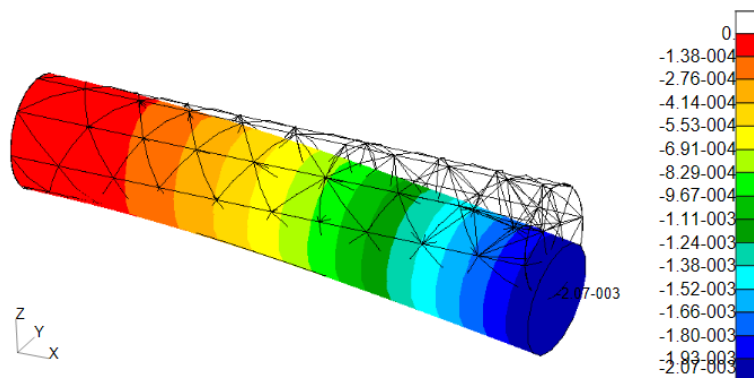


Figura 68. Deformada de la viga y resultados del desplazamiento según el eje Z.

6.5.4.2. Tensión mayor principal

La tensión mayor calculada es $\sigma_1 = 0,1536$ MPa. Como se puede apreciar en la Figura 69, esta máxima tensión se produce exactamente en el punto calculado.

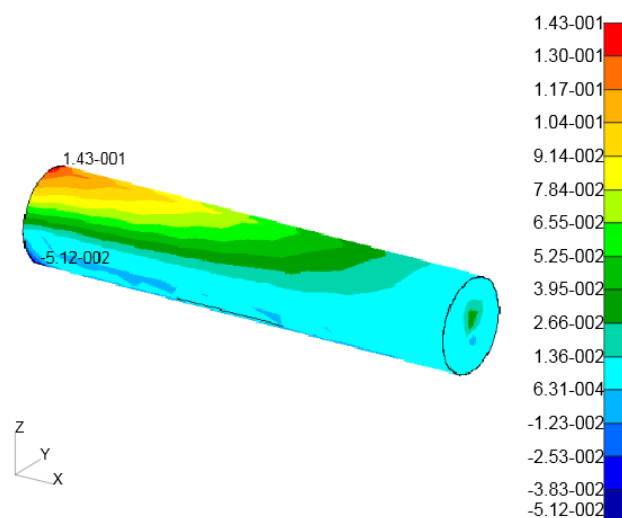


Figura 69. Tensión mayor principal de la viga.

El error es menor que el valor que da CATIA, siendo el de PATRAN del orden de 0.01 MPa. La figura anterior muestra que las fibras superiores de la sección están traccionadas y las fibras inferiores están comprimidas, pasando por el valor de tensión nula que se da en la fibra neutra de la sección justo en el centro de esta.

6.5.4.3. Tensión de Von Mises

Recordando que el resultado obtenido analíticamente para la tensión de Von Mises es $\sigma_{EQ,VM} = 0,1684 \text{ MPa}$ veamos cómo se acerca al gráfico obtenido con Patran al valor para ese punto con más precisión que CATIA igual que en los otros valores previos:

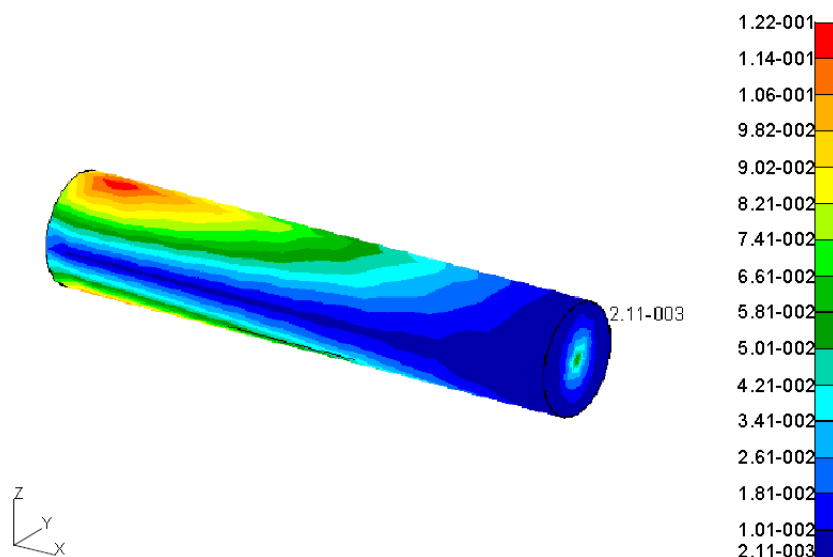


Figura 70. Distribución de la tensión de Von Mises a lo largo de la viga.

6.6. Comparación de resultados

6.6.1. Variación de los resultados con los remallados en CATIA

Este apartado se complementa en **Cálculo de errores** donde se analizan los errores numéricamente, obteniendo el valor nodal concreto y se obtienen las conclusiones. Aquí solo se mostraran las gráficas:

6.6.1.1. Desplazamientos

El mayor desplazamiento de la viga no varía con el remallado. Se aproxima bastante al calculado.

6.6.1.2. Mayor tensión principal

Observación de los resultados de la Figura 71, que muestra el cambio del valor calculado σ_1 , con al finado en el mallado:

El valor de la mayor tensión principal sí entra claramente en el intervalo del primer mallado (izquierda), en el segundo y tercer mallado. **No está claro a simple vista a que rango de valores corresponde el punto (0,0,100)**, incluso el valor extremo máximo 0.247 MPa y 0.353 MPa, **se alejan cada vez más al afinar la malla del valor calculado 0.1536 MPa.**

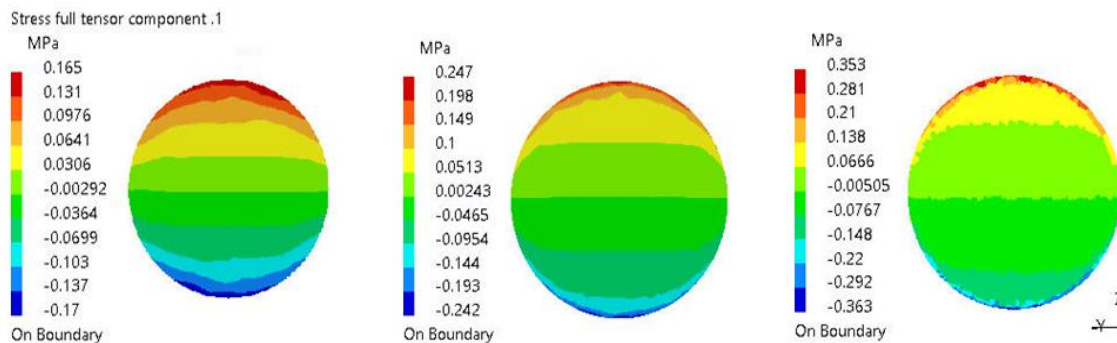


Figura 71. Gráficos de la mayor tensión principal en la sección A, extremo empotrado. De izquierda a derecha, mallados tamaño del elemento: 30 mm, 15 mm y de 15 mm más afinado de 0.5 mm en esa zona.

La obtención de resultados gráficos no es precisa, las bandas de colores tienen un amplio margen de intervalo de hasta 0.07 MPa, entre un rango y el siguiente observando **el gráfico se aprecia una tendencia** (pero no se puede asegurar con seguridad) a que en el límite la zona superficial superior de la sección alcance a pertenecer a la franja de tensión 0.138 -0.21 MPa y el resultado calculado sí está en ese intervalo.

Como se podía esperar, la parte superior de la sección está traccionada y la parte inferior está sometida a un esfuerzo de compresión. La tensión aumenta en valor absoluto, desde la zona central, con el aumento de la coordenada Z, con valores positivos en Z positiva y viceversa. En la zona media de la sección está ubicada la fibra neutra

6.6.1.3. Tensión de Von Mises

Para este gráfico he optado por pedir que muestre las tensiones en los nodos. La visualización de esta manera es más clara para saber en qué franja exacta de color e intervalo de valores se encuentra el nodo en cuestión.

Se puede afinar más, ya que los intervalos tienen bastante margen del orden de 0.017 MPa, pidiendo el valor de un nodo concreto mediante el comando *Information*.

Es curioso que al igual que en el caso anterior, **al afinar el mallado la tensión de Von Mises se aleje del valor calculado, en vez de aproximarse cada vez más.** Esto es por los efectos de la cercanía del punto a las condiciones de contorno, dan picos de tensión erróneos.

Sin embargo una observación más detallada de las gráficas y la evolución de la tensión con el afinado de la malla, muestra una clara tendencia, como en el caso anterior, a que en el límite (ver Figura 72 derecha) el punto de estudio acabe perteneciendo a la banda de color verde clara (recordando que el valor calculado era $\sigma_{EQ,VM} = 0,1684$ MPa), que está en el intervalo de valores 0.149 - 0.179 MPa y la solución obtenida anteriormente por medio del cálculo analítico es 0.1684, con lo cual el resultado deducido es correcto si se sabe interpretar bien el gráfico.

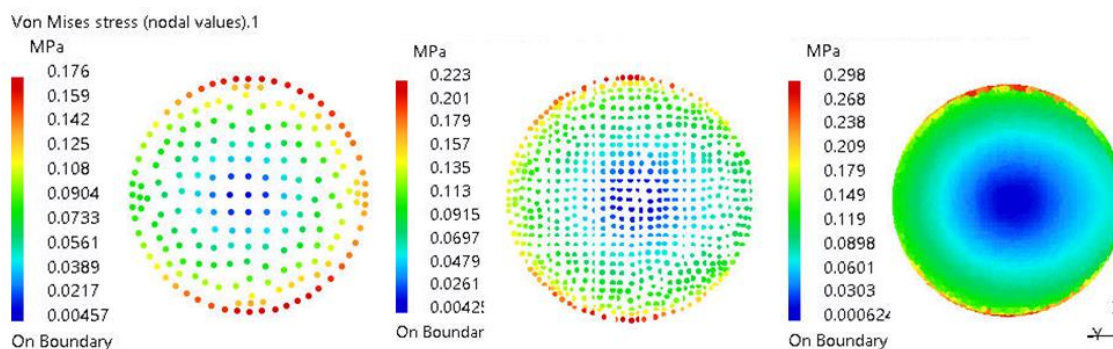


Figura 72. Gráficos de la tensión de Von Mises en la sección del extremo empotrado. De izquierda a derecha, mallados tamaño del elemento: 30 mm, 15 mm, 15 mm más afinado de 0.5 mm en esa zona

El error en este caso también no tiene tanta importancia ya que se sigue trabajando muy por debajo del límite elástico del material, pero pone de manifiesto que una mala interpretación de las gráficas de MEF pueden llevar a resultados de tensión por encima de los reales, teniéndose que sobredimensionar y encarecer el diseño.

6.6.2. Cálculo de errores

Al basarse los programas de MEF en la disciplina de Ingeniería **Resistencia de Materiales** y siendo el problema propuesto de fácil solución analítica por tener una geometría simple, escogido así precisamente por esta característica.

Se parte de que la solución obtenida por medio del cálculo analítico es la exacta, en base a esta, por comparación, se calculan el error producido por CATIA V y PATRAN/NASTRAN en este ejercicio para poder hacernos una idea de la magnitud de los errores que cometen estos programas en el cálculo más simple y la fiabilidad que pueden tener.

Se trata pues de poder analizar desde un punto de vista crítico los resultados que se puedan obtener de estos programas informáticos. Se valoran los resultados por medio del cálculo de errores:

1. Error absoluto: Siendo el error absoluto, la incertidumbre asociada al resultado, el error absoluto será redondeado según las normas del cálculo de errores:

$$\varepsilon_{abs} = |Magnitud\ calculada - Magnitud\ programa| \quad \text{Ecuación (60)}$$

2. Error relativo (%):

$$\varepsilon_{rel} = \frac{\varepsilon_{abs}}{Magnitud\ calculada} \cdot 100 \quad \text{Ecuación (61)}$$

6.6.2.1. Datos obtenidos con el programa CATIA

En las siguientes tablas se puede observar numéricamente el valor nodal concreto de una coordenada Z= 100 mm, al pedir un valor nodal cercano se ha tomado el valor de Z=93.08 mm pues en ese punto se encontraba un nodo en el primer mallado. Sin embargo al afinar el mallado, los nodos varían de posición con lo que para obtener el valor en esa coordenada exacta en los remallados se ha interpolado.

Para obtener el desplazamiento, la mayor tensión principal y la tensión de Von Mises de este punto cercano a A, se han usado las mismas formulas; la Ecuación (52), la Ecuación (58) y la Ecuación (59), respectivamente.

1. Primer mallado: En el primer mallado se tenía un tamaño de elemento de 30 mm:

En la siguiente Tabla 3 , se observa que los errores en el punto A tienen unos errores más que aceptables y sin embargo en un punto de radio cercano el error se incrementa. Esto indica que no se puede confiar en que el tamaño de mallado sea adecuado para que la solución haya convergido.

Tabla 3. Cálculo de errores en el análisis de sensibilidad del programa CATIA .Primer mallado.

	Punto A Z= 100				Punto cercano a A Z=93.08			
	Valor	CATIA 1º mallado	ε_{abs}	ε_{rel} (%)	Valor	CATIA 1º mallado	ε_{abs}	ε_{rel} (%)
$\downarrow f_B$ (mm)	0.00205	0.00206	0.00001	1	0.00205	0.002063	0.00001	1
σ_1 (MPa)	0.154	0.164	0.01	7	0.19	0.13	0.06	33
σ_{VM} (MPa)	0.168	0.170	0.002	1	0.21	0.14	0.07	35

Tabla 4. Número de nodos, elementos y error global estimado por el programa.
Primer mallado. Tamaño del elemento 30 mm.

Nº de nodos	11636
Nº de elementos	7079
Error global estimado programa	2.65%

El valor del error estimado por el programa no concuerda con la realidad. No es un dato fiable.

2. Segundo mallado: El segundo mallando, se realiza afinando el elemento a la mitad del tamaño 15 mm.

En la Tabla 5 se puede observar que como se sospechaba el resultado no había convergido, porque al refinar la malla a la mitad de tamaño del elemento, en el punto A el error es mucho mayor que antes. Sin embargo en el punto cercano a A el error se mantiene prácticamente constante.

Tabla 5. Cálculo de errores en el análisis de sensibilidad del programa CATIA .2º mallado.

	Punto A Z= 100				Punto cercano a A Z=93.08			
	Valor	CATIA 2º mallado	ϵ_{abs}	ϵ_{rel} (%)	Valor	CATIA 2º mallado	ϵ_{abs}	ϵ_{rel} (%)
$\downarrow f_B$ (mm)	0.00205	0.00207	0.00002	1	0.00205	0.00207	0.000017	1
σ_1 (MPa)	0.154	0.241	0.09	57	0.191	0.119	0.07	37
σ_{VM} (MPa)	0.168	0.223	0.05	32	0.209	0.138	0.07	34

Tabla 6. Número de nodos, elementos y error global estimado por el programa.
2º mallado Tamaño del elemento 15mm.

Nº de nodos	58402
Nº de elementos	38492
Error global estimado programa	1.84%

Al disminuir el tamaño del elemento a la mitad también se puede observar como el número de nodos y elementos casi se ha multiplicado por cinco y sin embargo el error global estimado por el programa, aunque no es un buen indicativo del error real, sólo ha disminuido un 0.8%

3. Tercer mallado: Se realiza con un tamaño del elemento general a lo largo de toda la viga de 15 mm y se afina la malla con afinados superpuestos en la sección del empotramiento de tamaños 10, 5 y 0.5 mm.

Tabla 7. Cálculo de errores en el análisis de sensibilidad del programa CATIA .Tercer mallado.

	Punto A Z= 100				Punto cercano a A Z=93.08			
	Valor	CATIA 3º mallado	ϵ_{abs}	ϵ_{rel} (%)	Valor	CATIA 3º mallado	ϵ_{abs}	ϵ_{rel} (%)
$\downarrow f_B$ (mm)	0.00205	0.00206	0.00001	1	0.00205	0.00207	0.00002	1
σ_1 (MPa)	0.154	0.287	0.13	87	0.191	0.118	0.07	38
σ_{VM} (MPa)	0.168	0.271	0.10	61	0.209	0.131	0.08	37

*Tabla 8. Número de nodos, elementos y error global estimado por el programa.
Tercer mallado. Tamaño del elemento 15, afinando en el empotramiento con tamaños de 10,5 y 0,5 mm.*

Nº de nodos	115724
Nº de elementos	76753
Error global estimado programa	1.82 %

En este ejemplo la solución no ha llegado a converger y el tamaño de elemento en la zona de estudio es ya suficientemente pequeño como para sacar conclusiones.

Gráficamente se podía observar la tendencia hacia donde se dirige la solución al converger, a un intervalo en la franja de color donde la solución se encuentra en ese intervalo, sin embargo no se podía afinar más el mallado debido a que los recursos computacionales ya eran lentos con estos afinados superpuestos. Numéricamente, al pedir al programa un dato preciso para un punto concreto el error es mayor, como se observa a partir de este estudio de errores. Por lo tanto es conveniente, tomar en cuenta los dos tipos de datos que se pueden obtener y observar la tendencia gráficamente en el afinado.

Es en este mallado donde se pone de manifiesto claramente la magnitud del error que podemos cometer si se toma un valor obtenido en un punto donde hay una condición de contorno aplicada. Ocurre lo mismo que con el segundo remallado, en el punto de estudio el error ha crecido debido a que es donde está aplicada la tensión del empotramiento y debido al efecto borde no es una tensión fiable. Sin embargo en un punto cercano como para que se pueda despreciar este efecto, el error se mantiene constante con los remallados y afinados.

La disminución de la malla no ha variado demasiado el error relativo en un punto suficientemente cercano, con lo que concluyo que para saber la tensión real que hay tenemos que alejarnos un poco de las condiciones de contorno y que es conveniente, tomar en cuenta los dos tipos de datos, gráficos y numéricos, que se pueden obtener y observar la tendencia gráficamente en el afinado.

6.6.2.2. Datos obtenidos con el programa PATRAN-NASTRAN

En las siguientes tablas se pueden observar los datos obtenidos con los programas PATRAN/NASTRAN 2014 Student Edition:

Tabla 9. Cálculo de errores en el análisis de sensibilidad de los programas PATRAN-NASTRAN.

	VALOR REAL	PATRAN	ϵ_{abs}	$\epsilon_{rel}(\%)$
$\downarrow f_B$ (mm)	0,002050	0,00207	0,00002	1
σ_1 (MPa)	0,15	0,143	0,011	7
σ_{VM} (MPa)	0,17	0,122	0,046	28

Tabla 10. Número de nodos, elementos y error global estimado por el programa

Nº de nodos	702
Nº de elementos	372
Error estimado por el programa	NO

Se puede observar también más precisión que la obtenida con CATIA, por esta razón en este caso no he considerado necesario remallar. Los recursos computacionales han sido menores ya que el modelo en PATRAN ha necesitado sólo 702 nodos distribuidos en 372 elementos, mientras que con CATIA en solo el primer remallado se usaron 11636 nodos distribuidos en 7079 elementos. Obviamente la conclusión es que al ser PATRAN-NASTRAN un programa específico para el cálculo por medio del MEF, es mucho mejor que CATIA para esta aplicación, con una diferencia en cuanto a precisión y eficacia más que considerable.

Capítulo 7

Creación de la geometría

7.1. Introducción

La creación de la geometría incluye varias fases, según las necesidades que requiere el cálculo FEM en CATIA y en PATRAN:

Para el análisis por medio del FEM en CATIA V:

1. Se modela el eje como una pieza sólida o *Part*.: Se modela en CATIA y se exportara a PATRAN, para que el eje en PATRAN se pueda mallar sin problemas, el modelado en CATIA tiene que tener ciertas características.
2. Se modela como un conjunto de piezas: A partir modelo del eje se realiza el conjunto del eje montado y los carriles (en CATIA), para luego exportar el conjunto a PATRAN.

7.2. Modelado del eje como un sólido con CATIA V

En este apartado se modelara el eje en como una pieza sólida, como el objetivo de este proyecto no es el diseño del eje, sino su análisis, el modelo del eje no debe tener detalles que dificulten el posterior mallado, por lo que tanto los taladros roscados, como el punto de centrado, que se pueden apreciar en las puntas del eje en el plano, no están modelados.

Para modelar el eje en CATIA V se utiliza el módulo *Mechanical Design* --> *Part Design*. El eje se crea por revolución del perfil dibujado en el plano XZ según el plano de RENFE que se encuentra en el Anexo

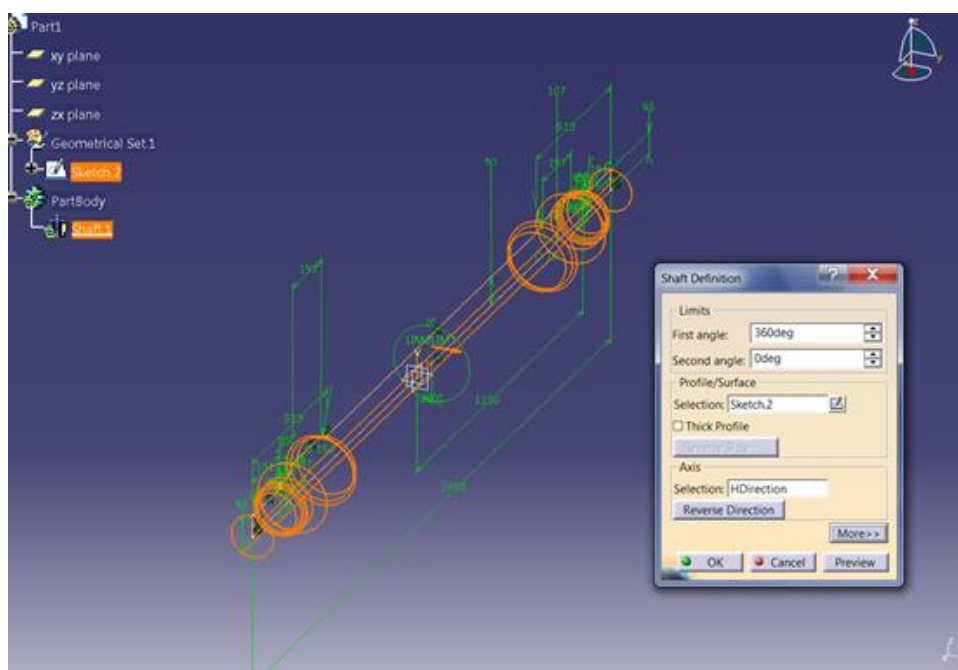


Figura 73. Proceso de revolución del perfil para crear el eje.

7.2.1. Problemas encontrados al exportar la geometría y mallar en PATRAN:

Otros detalles que en principio parecía importante que fueran fieles al plano, como los chaflanes y redondeos, porque en teoría si se descartan crearían concentración de tensiones en esas áreas que en realidad el eje no tiene, al exportar el eje a PATRAN creaban problemas:

- El primer problema fue que al importar el archivo a Patran no se creaba un sólido, sino varias superficies no unidas, con huecos entre ellas, a veces minúsculos, que no posibilitaban convertir a un sólido el eje en PATRAN, teniendo que realizar muchas más operaciones y más complicadas para que tuvieran continuidad, que volver a CATIA y cambiar la geometría.
- Solución: Hay que tener cuidado en el **Sketch** (entorno donde se generan perfiles en dos dimensiones). Los finales de una línea deben de ser coincidentes² con la línea a la que va unida. Los arcos de los radios deben de ser tangentes y coincidentes² al radio menor.
- Cuando se consiguió que el programa lea el eje exportado como una superficie completa o un sólido directamente, la geometría dio problemas en el mallado, este tipo de problemas fueron por falta de continuidad entre bordes de elementos.

Al tratarse de una malla complicada era otra vez más difícil de solucionar que cambiar la geometría. PATRAN permitía el mallado, pero al verificarlo se podían ver bordes de zonas no unidas y no dejaba ejecutar el análisis

- Solución: Volver a CATIA y simplificar de nuevo el perfil transversal del eje en el *Sketch*. en esta ocasión se eliminan los radios formados por dos arcos unidos concatenados³, este tipo de radio que se da en un cambio de diámetro, se sustituye por un radio como el del plano con R=40 mm, pero usando solo un arco.

Los radios ahora además de empezar tangentes y coincidentes a la superficie de la cual nacen, terminan exactamente en el borde del siguiente diámetro con una condición de coincidencia. Se eliminan chaflanes y se eliminan unas pequeñas disminuciones de diámetro⁴

² Con coincidencia y tangencia entre líneas me refiero a restricciones que se crean al dibujar en CATIA.

³ Observar según plano del Anexo, detalle de la zonas “X”

⁴ Observar según plano del Anexo, detalles de las zonas “X” y “U”

Con las modificaciones ya comentadas el aspecto de cómo queda el eje al final, se puede ver en la Figura 74, donde solo se han acotado las medidas que de alguna forma se podrían haber visto afectadas, ya porque tenían un rebaje u otro detalle, como radios o chaflanes:

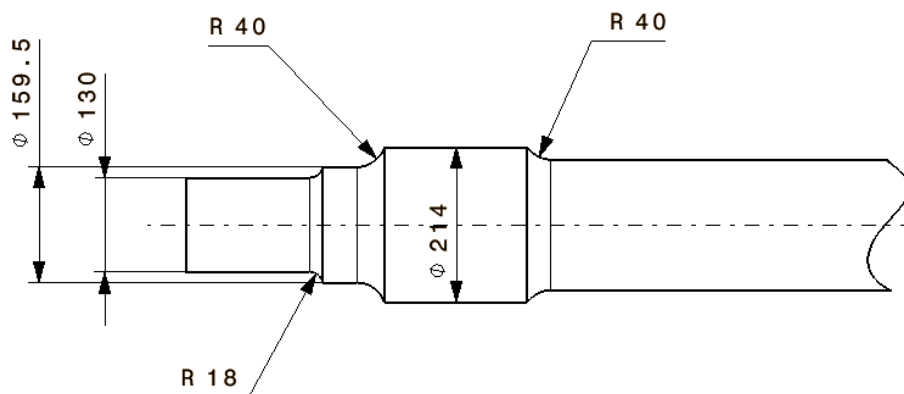


Figura 74. Plano de una cola del eje con las modificaciones para que al exportarlo a PATRAN no de problemas de mallado.

7.3. Modelado del conjunto eje montado y carriles con CATIA V

Se crea un nuevo conjunto en el módulo *Mechanical Design* → *Assembly Design*, donde el eje realizado se usa de base para modelar las ruedas y railes en la posición correcta. En el conjunto, se intentan respetar las directrices en restricciones de medidas que dicta la normativa y se usa como apoyo; el plano de conjunto del eje montado [165] sin incluir las cajas de grasa y otras referencias que se irán señalando.

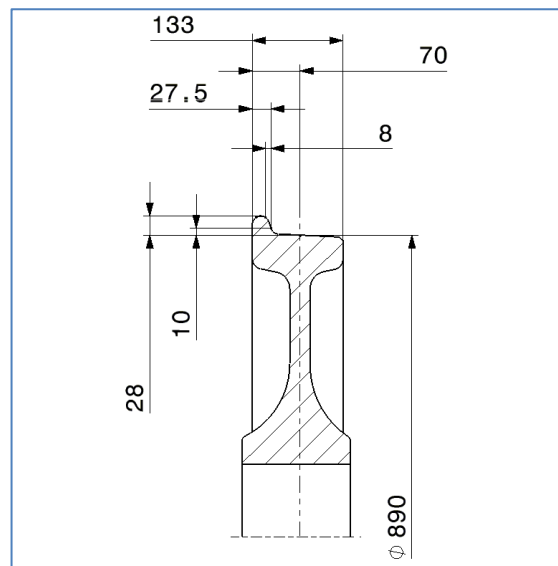
De cara al cálculo, el contacto entre la rueda y el rail puede cambiar los resultados, puesto que no es lo mismo que haya un contacto entre la rueda y el rail de 2 cm^2 , que es del orden común (según bibliografía), que un contacto del orden de 10 cm^2 porque dependiendo del área de contacto depende el traspaso de cargas. La similitud geométrica, es por tanto relevante.

Así pues, algunos factores que se han tenido en cuenta en el modelado de los componentes son:

- Diámetro de la rueda nueva 890 mm, según datos técnicos de la ficha del CIVIA de Renfe [9]
- El perfil de la llanta cumple la Especificación Técnica de Interoperabilidad –“Material Rodante” [24], cuyo resumen de las restricciones para una rueda de $\varnothing 890 \text{ mm}$ aparece en la siguiente tabla [24]:

*Tabla 11. Límites en servicio de las dimensiones geométricas
para una rueda $\varnothing 890$ mm*

Denominación	Valor (mm)		
	Mínimo	Máximo	Aplicado
Anchura de la llanta	133	145	133
Grosor de la pestaña (Sd)	22	33	27.5
Altura de la pestaña (Sh)	27,5	36	28
Cara de la pestaña (qR)	6,5	--	8



*Figura 75. Dimensiones aplicadas al modelado de la llanta,
o el perfil de la rueda, modelado con CATIA V*

- El perfil de la llanta tiene una conicidad 1:20 [11] y un ancho de cubo de 160, como podría tener una rueda similar según bibliografía [11]
- La Unión Internacional de Ferrocarriles tiene varios perfiles normalizados, se ha usado el perfil UIC-54 (por ser común en las líneas RENFE) para el rail, se ha modelado una longitud de 1 m.
- Los frenos son de disco, montados sobre el cubo de la rueda, uno a cada lado. No se dibujan, tampoco se dibujan los taladros roscados que requiere su montaje de cara a simplificar la geometría para un mallado más eficaz. [21]

7.3.1. Características geométricas del eje montado

Se ha cuidado la posición relativa de unos componentes respecto a otros en el montaje del conjunto:

- Como se puede apreciar en la Figura 76 el eje montado cumple las características geométricas según la Norma Técnica de RENFE (*N.T.C. MA 001. Prescripciones Técnicas del Material Rodante convencional*) [25], que establece con el vehículo vacío o cargado, para una rueda de $\varnothing 890$ mm:
 - La distancia entre caras internas de ruedas de un mismo eje montado medida al nivel de los carriles será: un valor máximo de 1596 mm y mínimo de 1590 mm.
 - La separación entre caras activas de pestaña, medida al nivel de los carriles, será, un valor máximo de 1660 mm y un valor mínimo de 1643 mm.

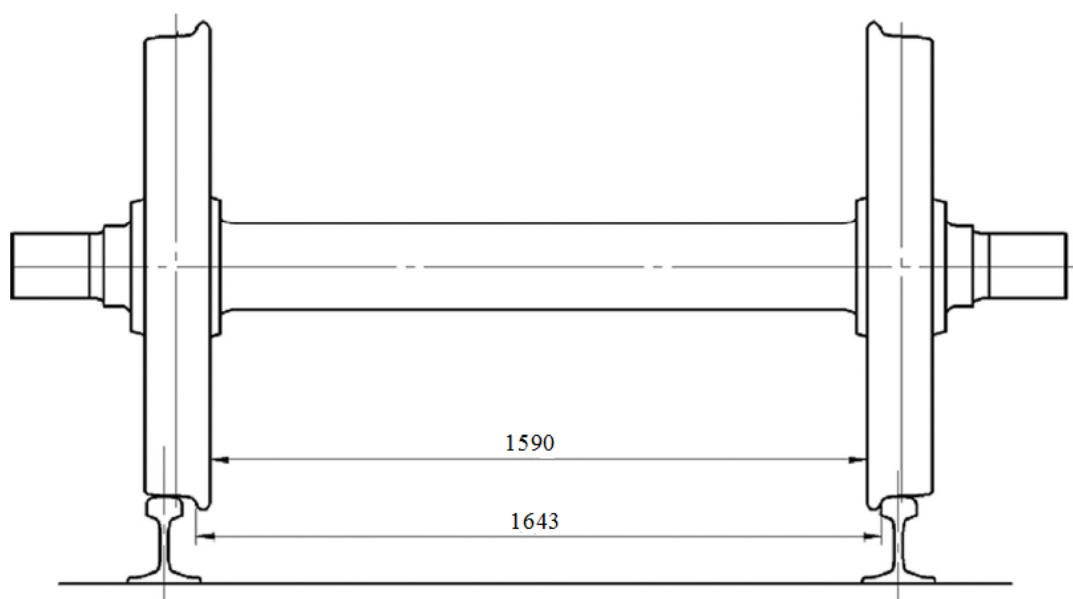


Figura 76. Características geométricas del eje montado que se ha modelado.

- El ancho de vía es el ancho son 1668 mm medido entre los dos carriles en un plano situado a 14 mm del plano de rodadura (ancho RENFE) [25] [9].
- La posición del eje de simetría de carril tiene una ligera inclinación con respecto al eje de simetría de la llanta, como se puede observar en la Figura 77, tiene una conicidad de 1:20 [11]

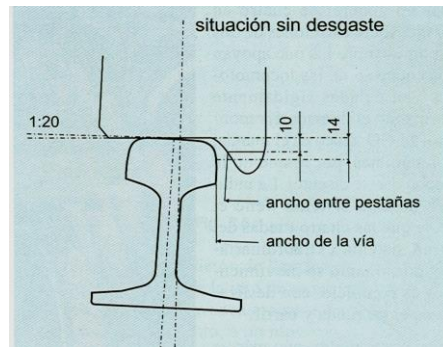


Figura 77. Juego de vía e inclinación entre el perfil del carril y el de la rueda.

El resultado del conjunto, montado en la posición adecuada, que respeta los valores antes detallados, se representa en la Figura 78, donde se ha dado distinto color a las piezas para apreciar mejor las formas:

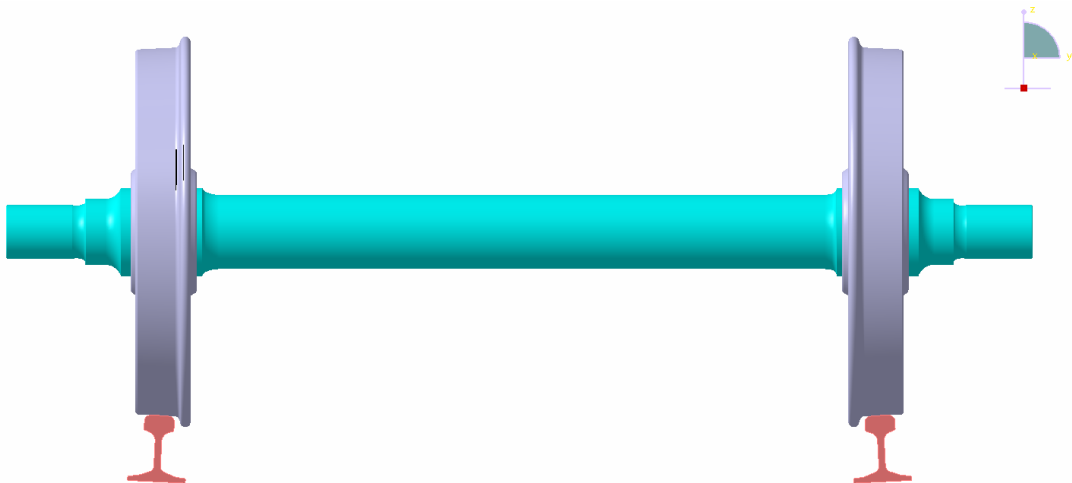


Figura 78. Eje montado y carriles según especificaciones modelado en CATIA V.

Las restricciones de movimientos relativos entre piezas se aplicaran en el módulo de análisis.

Capítulo 8

Planteamiento del problema y datos de partida

8.1. Introducción

En el diseño de elementos mecánicos se emplean tanto análisis estáticos como análisis dinámicos, ambos son muy importantes para saber si las especificaciones del elemento son las adecuadas, la forma y geometría de elemento y el material del que está constituido son seleccionados para que el componente funcione adecuadamente de forma segura sin fallo. No es el propósito de este proyecto estudiar el inicio del fallo, cuando aparece una grieta y esta se propaga.

Como ya se comentó en el capítulo “**Metodología**”, se estudia un eje portador, a partir de un plano suministrado por RENFE que pertenece a un tren de pasajeros urbano en Madrid. Para aplicar este estudio se usa el Método de los Elementos Finitos mediante los programas informáticos CATIA V-R19 y el dúo PATRAN-NASTRAN 2014 Student Edition.

Se realizará el análisis estático en CATIA y en PATRAN-NASTRAN, y un análisis a fatiga en PATRAN-NASTRAN, considerando las mismas solicitaciones bajo tres materiales: Acero AISI 1040, una aleación ligera de aluminio (2024-T4) y una aleación de Titanio Ti-6Al-4V.

Primero se realizan los estudios para el caso del eje compuesto de acero, en el estudio estático se comparan los resultados con el cálculo analítico previo y en el estudio de fatiga se comparan los resultados con los valores máximos de tensión admisible para el ensayo de fatiga que aparecen las Norma Europea de Aplicaciones Ferroviarias *UNE-EN 13103 Ejes portadores, método de diseño* [8]

Al dar por válido el resultado en el caso de acero se realiza el mismo procedimiento para los otros materiales, el aluminio y el titanio.

Se determinara el comportamiento del conjunto eje-rueda-raíl obteniendo los modos propios de vibración para los tres materiales del eje. El eje montado y el rail, se modelan en CATIA y analizan en PATRAN-NASTRAN, sólo se estudian sin remallar el conjunto y se usa un tamaño de elemento más bien grande debido a las limitaciones de la versión de estudiante del dúo de programas, ya que esta versión sólo permite trabajar con un número de nodos determinado. Se estudiara también la coherencia de los resultados.

En el análisis estático del eje, el eje está sometido a un estado de cargas estáticas, no varían con el tiempo, estas cargas producen un estado tensional. Para determinar si en el eje se produce fallo en estas condiciones se utilizará un criterio de fallo estático, el *Criterio de la energía de la distorsión* o *Criterio de Von Mises*, la tensión de Von Mises será el parámetro tensional indicativo del estado del eje y se supone que el fallo se producirá cuando tome el valor de la tensión de fluencia del material en el ensayo de tracción, porque a partir de esa tensión las deformaciones empiezan a ser permanentes.

La importancia de estudiar el eje a fatiga radica en que el eje está en movimiento y bajo cargas variantes en el tiempo. Los fallos por fatiga son repentinos e inesperados, porque no se aprecian alteraciones o deformaciones visibles, ni problemas de funcionamiento, eso hace que este fallo sea más peligroso que el estático.

En el análisis a fatiga el eje está sometido a cargas que varían con el tiempo, las mismas cargas que en estática pero incluyendo un campo temporal fluctuante que tomará valores entre 1 y -1. En estas condiciones se obtiene cuantos ciclos dura el eje y el valor de la tensión máxima absoluta alternante que toma. Usando el criterio de Goodman, se calcula el factor de seguridad. Se comprueba que el eje constituido de acero cumple los valores máximos de tensión admisible para el ensayo de fatiga que aparecen las Norma Europea de Aplicaciones Ferroviarias (*UNE-EN 13103 Ejes portadores, método de diseño* [8])

La importancia de estudiar los modos propios de vibración, es que cuando un eje está próximo a las frecuencias naturales del sistema se producen fuertes niveles de vibración. El eje puede sufrir además importantes deformaciones elásticas que producen elevadas tensiones en las secciones del mismo [16].

8.1.1. Hipótesis

- Materiales y problema general: Se estudian bajo las hipótesis de disciplina la mecánica **Resistencia de Materiales**: El eje es un sólido deformable, con comportamiento elástico y lineal, se trabaja por debajo del límite elástico del material y es de aplicación la **Ley de Hooke**. Los materiales son homogéneos e isótropos, sus propiedades son idénticas en cualquier dirección. Las cargas son estáticas o cuasi-estáticas se aplican lentamente con lo cual los efectos inerciales pueden despreciarse.

Principio de Saint-Venant, los esfuerzos producidos están lo suficientemente lejos de la distribución de cargas y condiciones de contorno como para que sean independientes de los efectos locales producidos por estas.
- El eje de estudio no estará sometido a momentos torsores. El eje pertenece a un bogie remolque, es un eje portador, no transmite potencia. Tampoco se estudian los esfuerzos torsores que pueden darse en el frenado, ni los derivados de la rodadura, así como no se tienen en cuenta esfuerzos en la dirección de avance que hay durante arrastre del bogie.
- No se tienen en cuenta los esfuerzos axiales que pueden ser transmitidos al eje en el frenado.
- No se considera el efecto de la temperatura en el eje o la variación de las propiedades mecánicas con la temperatura, incluidos los recubrimientos superficiales asociados a tratamientos térmicos de los materiales. Aun sabiendo que la temperatura puede ser elevada debido a la transferencia de calor en los transitorios de frenado por la fricción de las zapatas sobre los discos de freno o la banda de rodadura de la rueda.
- Cargas: Se tienen en cuenta el peso propio del eje, la presión debida al calado de la rueda sobre el eje o pretensado, y la carga máxima según RENFE [25] que puede soportar un eje de esta categoría y que ya tiene en cuenta el factor de seguridad.

- Se supondrá que el tren circula en línea recta a velocidad constante, sin curvas o desniveles de terreno y sin aceleración. No se tienen en cuenta movimientos de vaivén como el movimiento de lazo o reajuste de la dirección del camino de la rueda debido a la conicidad y también se desprecian las vibraciones durante la rodadura originadas entre el rail y la rueda.

8.2. Materiales

8.2.1. Aceros

Se seleccionaran distintos tipos de aceros al trabajar con el conjunto del eje montado y los carriles. Así, el eje cambiara de material de estudio, las ruedas se modelaran con un acero parecido al que se utiliza en las redes europeas y lo mismo ocurrirá con los carriles. Los módulos de elasticidad y los módulos de Poisson son prácticamente invariantes en los aceros, se especifican los valores utilizados [11]:

$$E = 207 \text{ GPa}$$

$$\mu = 0.3$$

Para la densidad se toma un valor de: $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$.

8.2.1.1. Ruedas

El acero tipo **ER7** utilizado en la red ferroviaria europea según la **Norma Europea para Aplicaciones Ferroviarias UNE-EN-13262 Ruedas. Requisitos de producto** [26] debe tener las siguientes características mínimas en cuanto a resistencias mecánicas⁵:

Tabla 12. Características mínimas mecánicas derivadas del ensayo de tracción para el acero ER7 en llanta [26].

Denominación	ReH (MPa)	Rm (MPa)	A (%)
ER7	≥520	420-940	≥14

⁵ Siendo: **Rm**, Resistencia a la tracción o resistencia última y **ReH**, el límite elástico que es aproximadamente igual a S_{yt} , el límite de fluencia en el ensayo de tracción.

He seleccionado un acero al carbono **AISI 1050 Templado y Revenido** que cumple estas condiciones de resistencia mecánica y que tiene un porcentaje en carbono del 0.5% C, que es similar al que contiene el ER7. Los valores aproximados de las propiedades mecánicas del acero al carbono AISI 1050 aparecen en la Tabla 13:

Tabla 13. Propiedades mecánicas del acero seleccionado para las ruedas, AISI 1050.

Número SAE/AISI	Estado	ReH (MPa)	Rm (MPa)	A (%)
1050	Templado y revenido @ 1200°F	538	717	28

8.2.1.2. Carril

Para el carril he seleccionado un acero al carbono con mayores valores en las resistencias, tanto en el límite elástico a la tensión, como en la resistencia máxima, pues las sollicitaciones a las que están sometidas las vías requieren un valor más alto de estas resistencias.

He seleccionado un acero al carbono **AISI 1050 Templado y Revenido** a otra temperatura que el de las ruedas, cuyos valores aproximados de las propiedades mecánicas aparecen en la Tabla 14:

Tabla 14. Propiedades mecánicas del acero seleccionado para los carriles, AISI 1050 [22]

Número SAE/AISI	Estado	ReH (MPa)	Rm (MPa)	A (%)
1050	Templado y revenido @ 800°F	793	1089	13

8.2.2. Eje

8.2.2.1. Acero AISI 1040

Con el objetivo de hacer una comparación lógica entre los valores máximos de tensión admisible y características para el ensayo de fatiga que aparece la Norma Europea de Aplicaciones Ferroviarias *UNE-EN 13103 Ejes portadores, método de diseño* [8] - y los valores de tensión en análisis estático y en fatiga que se obtendrán posteriormente, he seleccionado un acero que cumple las características mecánicas derivadas del ensayo de tracción para el acero de grado EA1N que es el grado más utilizado en las redes ferroviarias europeas.

Tabla 15. Características mecánicas derivadas del ensayo de tracción para el acero EA1N [27]

Denominación	ReH (MPa)	Rm (MPa)	A (%)
EA1N	≥320	550-650	≥22

El **acero seleccionado** es el acero **AISI 1040 Normalizado**, este entra en el margen de resistencias de la Tabla 15 por otra parte tiene el mismo contenido en carbono, un 0.4% C. Los valores aproximados de sus propiedades mecánicas aparecen en la Tabla 16:

Tabla 16. Propiedades mecánicas del acero seleccionado para el eje, AISI 1040 [22].

Número SAE/AISI	Estado	ReH (MPa)	Rm (MPa)	A (%)
1040	Templado y Revenido @1200°F	434	634	29

8.2.2.2. Aluminio 2024-T4

El aluminio es el metal más usado después del acero, se mecaniza con facilidad, es relativamente barato y abundante en la naturaleza. Presenta una excelente resistencia a la atmosfera, se oxida rápidamente con el aire cubriéndose de una película transparente y continua de óxido de aluminio (Al_2O_3) denominada **Alúmina** que sirve de recubrimiento protector. [7]

El aluminio 2024 es una aleación de aluminio, dentro del grupo de aleaciones **duraluminio**, en la que el cobre es el principal componente. La composición de la aleación contiene entre el 4,3 - 4,5 por ciento de cobre, 0,5% de manganeso, 1,3 - 1,5% de magnesio y menos de 0,5% de silicio, zinc, níquel, cromo, plomo y bismuto. Es una aleación ligera, con baja densidad, usada de forma común en el sector aeronáutico y automovilístico por su relación entre resistencia y peso, también presenta buena resistencia a la fatiga. El 2024-T4 ha sido obtenido por medio de un tratamiento térmico de solución y maduración natural hasta una situación básicamente estable [17]. En la Tabla 17 siguiente están detalladas las propiedades mecánicas:

Tabla 17. Propiedades del Aluminio 2024-T4 en la dirección longitudinal de las fibras [21].

AMS 4120 AMS-QQ-A-225/6	Sty (Mpa)	Stu (Mpa)	E (Mpa)	ρ (kg/m3)	μ
2024- T4	262	400	72395	2768	0.33

Problemas que dificultarían que el eje estuviera hecho de aluminio en vez de acero:

Uno de los problemas que dificultaría que el eje estuviera hecho de aluminio en vez de acero, es que las ruedas son de acero y aunque se sustituyeran las ruedas de acero por ruedas de aluminio, los carriles seguirían siendo de acero. ¿Por qué es esto un problema?

Por la interacción entre el aluminio y el acero: Se debe evitar que el aluminio quede en contacto con partes de hierro o acero sin protección, debido a la posible corrosión por par galvánico⁶. [7]

Los métodos de protección del aluminio por contacto con el acero dependen del ambiente. Para atmosferas rurales o urbanas es suficiente pintar las áreas de contacto con pintura bituminosa o antióxido más pintura de cobertura. [7]

En el caso del eje ferroviario, este tipo de protección no se podría dar, ya que las ruedas de acero están caladas a presión y para introducirlas bien se dilatan con calor o se introducen a presión por medio de una prensa. Esto descarta la protección en la superficie de contacto, ya que esta fuerza de calado la rompería, si no la rompe primero en el montaje.

8.2.2.3. Titanio Ti-6Al-4V

Se ha seleccionado estudiar las cargas en el eje con esta aleación de titanio, ya que dentro de las aleaciones de titanio, esta es comúnmente empleada para chapas y mecanizados de alta resistencia en el sector aeronáutico.

La denominación de la aleación de titanio de grado estándar Ti-6Al-4V, hace referencia a que el principal constituyente es el titanio, en cuyos principales elementos aleantes se encuentran, el aluminio con un 6% en peso y el vanadio con una composición de un 4% en peso.

Las aleaciones de titanio forman una capa de óxido fina y muy adherente que le proporciona una excelente resistencia a la corrosión. Las aleaciones de titanio al igual que las de aluminio y magnesio tienen menor densidad que el hierro. Aunque con mayor densidad que las aleaciones de Al o Mg, tienen la ventaja de que son capaces de mantener su resistencia a temperaturas de servicio moderadas, otra razón por la que se aplica en numerosos diseños espaciales. [17]

La desventaja que tendría la sustitución del eje de acero por uno hecho de titanio, a nivel práctico es que el titanio es un material mucho más costoso que el acero.

Las propiedades del titanio Ti-6Al-4V se pueden ver en la Tabla 18:

⁶ Corrosión por par galvánico: La corrosión por par galvánico ocurre cuando dos metales se ponen en contacto y ambos poseen potenciales eléctricos diferentes, lo que favorece el comportamiento de un metal como ánodo y del otro como cátodo. [7]

Tabla 18. Propiedades del Titanio Ti-6Al-4V en la dirección longitudinal de las fibras [21].

AMS 4928	Sty (Mpa)	Stu (Mpa)	E (Mpa)	ρ (kg/m ³)	μ
Ti-6Al-4V	820	903	116521	4429	0.31

8.3. Cargas del eje

8.3.1. Peso propio

Depende del material que se esté estudiando ya que la masa es directamente proporcional a la densidad del material. El volumen del eje es un dato obtenido en CATIA: $V=0.062 \text{ m}^3$

Tabla 19. Peso del eje para cada material.

Material	ρ (kg/m ³)	Peso (N)
Acero AISI 1040	7860	4776
Aluminio 2024- T4	2768	1682
Titanio Ti-6Al-4V	4429	2691

8.3.2. Carga máxima admisible

Según establece la Norma Técnica (N.T.C. MA 001. Prescripciones Técnicas del Material Rodante convencional) [25] el valor máximo de la masa que puede soportar un eje para un tren categoría D4 que circule a una velocidad máxima inferior a 250 Km/h es **22,5 T, en este valor, al ser un dato de técnico de uso, ya está incluido el coeficiente de seguridad del eje**.

La carga aplicada al eje se transmite a este por medio de la caja de grasa, la caja de grasa une el eje con el bogie.

$$\text{Carga máxima por eje} = 22500 \text{ Kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 220,5 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Esta carga se distribuye en dos zonas, en cada extremo del eje hay una caja de grasa, la zona del eje donde apoya la caja de grasa se denomina *mangueta*. La carga máxima en cada mangueta, expresada en unidades de fuerza es:

$$\text{Carga mangueta} = \frac{220,5 \cdot 10^3}{2} = 110,25 \cdot 10^3 \text{ N}$$

8.3.3. Pretensado

Los esfuerzos debido a los ajustes de interferencia pueden calcularse considerando como cilindros de pared gruesa a las partes que se ajustan, por medio de las siguientes ecuaciones [28]:

$$P_c = \frac{\delta}{d_c \left[\frac{d_c^2 + d_i^2}{E_i(d_c^2 - d_i^2)} + \frac{d_o^2 + d_c^2}{E_o(d_o^2 - d_c^2)} - \frac{\mu_i}{E_i} + \frac{\mu_o}{E_o} \right]} \quad \text{Ecuación (62)}$$

Dónde:

- P_c = Presión en la superficie de contacto, (MPa)
- δ = Interferencia total, (mm)
- d_i = Diámetro interior del eje, en caso de que fuera hueco, (mm)
- d_c = Diámetro de la superficie de contacto, (mm)
- d_o = Diámetro exterior de la rueda, (mm)
- μ_o = Relación de Poisson para la rueda.
- μ_i = Relación de Poisson para el eje.
- E_o = Módulo de elasticidad de la rueda, (MPa)
- E_i = Módulo de elasticidad del eje, (MPa)

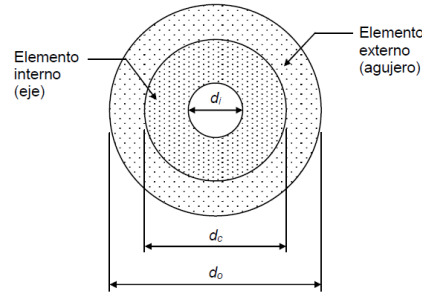


Figura 79. Diámetros de los cilindros de un ajuste.

Si ambos elementos son del mismo material, la ecuación anterior se reduce a [28]:

$$P_c = \frac{\delta}{\frac{2d_c^3(d_o^2 - d_i^2)}{E(d_c^2 - d_i^2)(d_o^2 - d_c^2)}} \quad \text{Ecuación (63)}$$

Dependiendo del material del que este fabricado el eje, la presión en la superficie de contacto varía, ya que el módulo de elasticidad es una propiedad física del material.

Según la Norma ISO 286(I)-62 de Tolerancias para Dimensiones Nominales Comprendidas entre 0 y 500 mm la calidad está relacionada con la dimensión del eje/agujero y tolerancia, para $\varnothing 214 \text{ H7/u6}$ las dimensiones del eje y agujero son [3]:

- Diámetro del eje: $\varnothing 214^{+287}_{+258} \text{ mm}$
- Diámetro del agujero de la rueda: $\varnothing 214_0^{+0.046} \text{ mm}$

Por lo tanto, las cantidades a introducir en la Ecuación (62) y la Ecuación (63) son:

- Interferencia total máxima: $\delta = 0.313 \text{ mm}$
- Interferencia total mínima: $\delta = 0.238 \text{ mm}$
- Diámetro interior del elemento interno $d_i = 0$. (El eje es macizo)
- Diámetro de la superficie de contacto eje/ rueda, $d_c = 214 \text{ mm}$
- Diámetro exterior del elemento externo (rueda), $d_o = 890 \text{ mm}$

Se supone la rueda de acero en todos los casos y un ajuste forzado para la zona de calado entre el eje y la rueda H7/u6. La tolerancia para el eje aparece directamente en el plano del que se dispone y la tolerancia de la rueda se establece para que el ajuste sea forzado.

El ajuste elegido, además de ser **un ajuste utilizado en la práctica, cumple la norma de aplicaciones ferroviarias (UNE-EN 13260 Ejes Montados. Requisitos de producto [29])** que establece **los valores máximos y mínimos de apriete o interferencia que hay que respetar**, estos son (mm):

Siendo d_m = Diámetro medio = **214 mm**

- Para calado en caliente: $0.0009 \cdot d_m \leq \delta \leq 0.0015 \cdot d_m$

Se obtiene, **$0.193 \leq \delta \leq 0.321$**

- Para el calado a presión: $0.0010 \cdot d_m \leq \delta \leq 0.0015 \cdot d_m + 0.06$

Se obtiene, **$0.214 \leq \delta \leq 0.381$**

Con la misma nomenclatura usada para las formulas y teniendo en cuenta de que el eje cambia de material, se obtienen las siguientes presiones en la superficie de contacto del eje (MPa):

Tabla 20. Presiones en la superficie de contacto entre el eje y la rueda debidas al pretensado

Material Eje	Pc máx.	Pc min
Acero AISI 1040	142.6	108.5
Aluminio 2024- T4	90.7	69.0
Titanio Ti-6Al-4V	114.3	86.9

8.4. Restricciones

El eje se dibuja tomando como dirección longitudinal el eje Y de coordenadas. La dirección Z es la dirección vertical. La zona de calado de la rueda es la zona en la que se tienen que aplicar las restricciones porque es donde el eje se apoya.



Figura 80. Posición de los ejes en el modelado del eje.

Hay varias posibilidades para restringir el eje, de manera que los resultados sean correctos bajo lógicas distintas que restringen los movimientos. En un análisis del problema sobre cómo está restringido el eje, se puede observar que:

- Las tres translaciones posibles, deben estar restringidas.
- La rotación respecto al eje X debe quedar libre.
- La rotación del eje respecto del eje Y sería la rotación natural sobre sí mismo. Como no se tienen en cuenta torsores no afecta, pero se deja libre.
- La rotación sobre el eje Z no hace falta restringirla porque ninguna carga produce rotaciones en esa dirección, no afecta a los resultados.

Concluyo que basta con restringir las tres traslaciones, algo aproximado a un apoyo en tres dimensiones.

Capítulo 9

Análisis estático del eje

9.1. Cálculo estático analítico aproximado

Muchas veces ante elementos de geometría compleja y cálculo de estructuras, se usan modelos simplificados, para hacer números a “mano” usando la disciplina de la mecánica **Resistencia de Materiales**, con la idea de saber si el resultado del ordenador es lógico.

Para obtener el diagrama de momentos flectores he usado una aplicación llamada XVIGAS [30]. El modelo que he creado con este fin, elimina las zonas del calado de la rueda y el pretensado, quedando la longitud de la barra menor ($L=2086$ mm) al discretizar esta zona de apoyo, en un apoyo simple.

Es una barra de $\varnothing 130$ mm porque es el diámetro menor del eje y estoy usando la sección más restrictiva. Las cargas son distribuidas, el peso se supone uniformemente distribuido en toda la barra y la carga máxima donde corresponde, en los 191 mm de los extremos.

He realizado el cálculo para el acero AISI 1040, comprobando que los resultados del acero salen aproximados ya se puede pasar a realizar el mismo método con los programas CATIA y PATRAN/NASTRAN para los otros materiales.

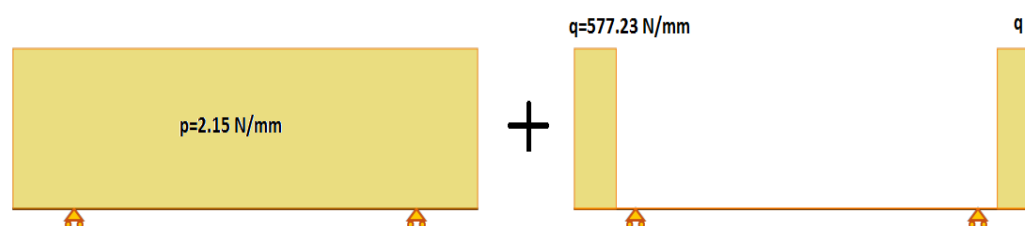


Figura 81. Cargas del modelo del eje simplificado con XVIGAS [30].

Aunque en el diagrama se muestran de tamaño aproximado, observar que el valor del peso del eje es muchísimo menor que el de la carga distribuida y apenas se notara su efecto.

La deformada y el diagrama de momentos flectores quedan:

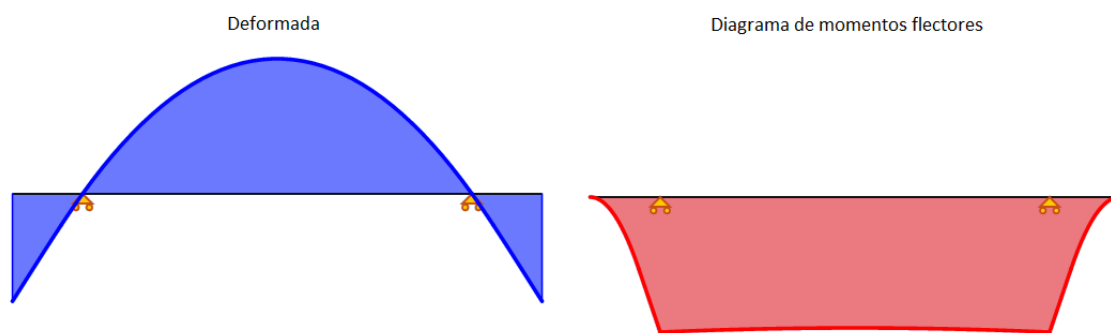


Figura 82. Deformada y diagrama de flectores del modelo del eje simplificado con XVIGAS [30].

Si medimos el eje en dirección Y desde el cero, siendo M (y) el momento flector, sabiendo que las fibras superiores están traccionadas (criterio de signos del momento), se obtuvieron los valores del momento flector en los cambios de radio con XVGAS y aplicando la Ecuación (53) se obtienen las tensiones:

$$M(191) = 1.0568 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{mm} \rightarrow \varnothing 130 \text{ mm} \rightarrow \sigma_Y = \sigma_{VM} \cong 49 \text{ MPa}$$

$$M(276) = 1.9982 \times 10^7 \text{ N}\cdot\text{mm} \rightarrow \varnothing 159.5 \text{ mm} \rightarrow \sigma_Y = \sigma_{VM} \cong 50.2 \text{ MPa}$$

No hay componente tangencial por lo que la tensión de Von Mises es igual a la tensión normal.

9.2. Análisis estático del eje en CATIA V

En este apartado explicaré los pasos dados para realizar el análisis estático del eje en CATIA V-R19 para el caso en el material del eje acero AISI 1040, cómo he aplicado las cargas y qué restricciones se han impuesto. En el caso de los otros materiales, sólo incluyo un resumen, pues se trata del mismo procedimiento.

El análisis estático se realiza en el módulo *Analysis & Simulation* --> *Generative Structural Analysis* y se escoge *Static Analysis*.

El eje se malla de forma general con el tamaño de elemento que viene por defecto, 115 mm en este caso, este suele ser un tamaño grande en relación a las medidas del eje, es adecuado para una primera aproximación. El tipo de elemento elegido es el parabólico porque se ajusta mejor a las superficies y se puede conseguir más precisión.

Sin embargo, sabiendo que las zonas con concentración de tensiones son aquellas donde el eje cambia de diámetro y se soporta la carga, se afina la malla en estas zonas a nivel superficial, es decir, el tamaño de elemento disminuye cerca de la superficie del eje, que es además donde más tensión se acumula debido a que los esfuerzos cortantes y los esfuerzos de tracción-compresión aumentan con la distancia al diámetro.

Se realizan dos afinados, uno con tamaño de elemento de 10 mm y el otro con un tamaño de 5 mm.

Posteriormente se aplican los materiales, en cada uno de los casos el correspondiente, con las propiedades mecánicas ya descritas en el apartado de materiales y se señala al programa que el material se aplica al eje.

El resultado completo, después del mallado afinando la malla en las zonas conflictivas se puede observar en la Figura 83:

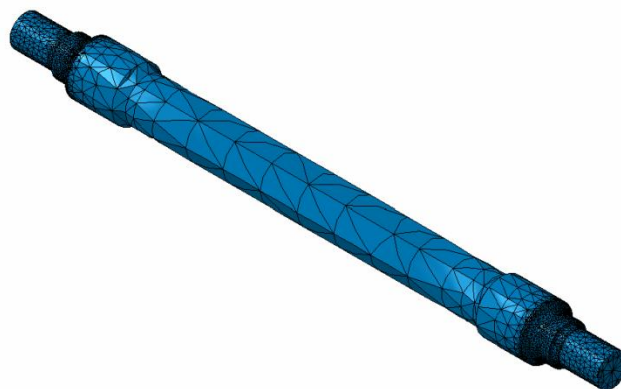


Figura 83. Mallado final del eje afinando el tamaño del elemento en zonas con concentración de tensiones.

9.2.1. Cargas

El peso propio del eje se incluye mediante una carga gravitatoria, el comando se llama *Acceleration*, en la barra de herramientas *Load*. En este comando se introduce la aceleración de la gravedad -9800 mm/s^2 en dirección Z, al haber asignado el material previamente con la densidad como dato, y al actuar la aceleración sobre todo el cuerpo, la carga que se tiene en cuenta indirectamente es el peso propio del eje.

La carga debida al pretensado, cambiará al cambiar el material, para el acero es de 142.6 MPa, para el Aluminio serían 90.7 MPa y para el Titanio 114.3 MPa. Es una carga de presión sobre la superficie de contacto eje-rueda, se aplica por medio del comando *Pressure* de la barra de herramientas *Load* y esta operación se repite en la otra zona de calado.

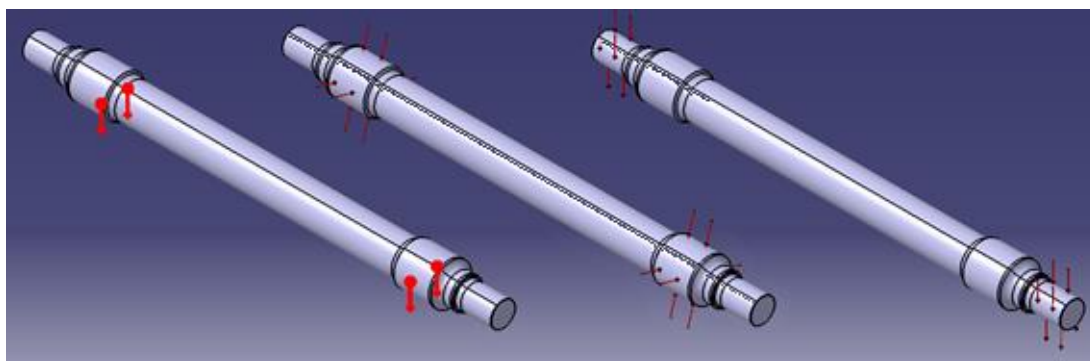


Figura 84. Representación sobre el eje de la carga gravitatoria, la carga debida al pretensado y la carga máxima en cada mangueta.

La carga máxima que puede soportar el eje, se distribuye en las dos manguetas. Se trata de una fuerza distribuida cuya resultante en cada mangueta vale 110250 N en dirección Z negativa. Se aplica usando el comando *Distributed Force* en la barra de herramientas *Load*

9.2.2. Restricciones

Para hacer restricciones en CATIA V la denominación de translaciones y rotaciones asociadas a cada eje son numeradas, así el eje X se numera como 1, el eje Y con el 2 y el Z con el número 3.

Usando la herramienta *User-defined Restraints* se restringen las tres traslaciones, representadas en rojo en la siguiente figura:

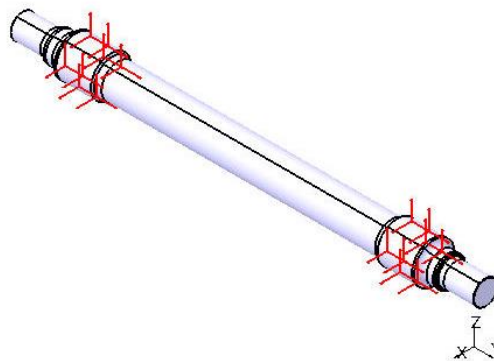


Figura 85. Representación de las translaciones restringidas con CATIA V.

9.3. Análisis estático del eje en PATRAN/NASTRAN

Como ya se describieron los pasos y funcionamiento de un análisis estático en un sólido del programa en el capítulo “**Análisis de las herramientas usadas**”, no insistiré en repetir información si no se trata de un nuevo comando que se use en el programa.

Uno de los principales problemas al intentar realizar el análisis con el programa fue que la geometría importada no diera error, ni al crear el sólido, ni al mallarlo. Tuve que volver a CATIA y remodelar el eje varias veces hasta que logré que al impórtalo las superficies tuvieran continuidad para poder convertirlas a un sólido o que de forma automática importe un sólido, ambos casos son válidos. En este proceso se cambiaron radios formados por dos arcos por un arco simple, se eliminaron detalles que complican el mallado, chaflanes, etc.

Otra cosa a tener en cuenta es la forma en que se ha cambiado el material del eje en el programa para realizar el análisis, había dos opciones:

1. Crear en la misma base de datos los tres materiales, crear tres las cargas correspondientes de pretensado. Crear tres **casos de carga** distintos (un caso de carga es una mezcla de cargas y restricciones) y ejecutar el análisis para cada uno de estos casos.

2. La opción tomada: Resolver el problema para el acero, una vez comprobado que funciona y los valores obtenidos son lógicos, se concluye que está bien hecho. Entonces se copia el archivo y se guarda una copia en otra carpeta que se modificara, para trabajar el caso del eje en aluminio, repitiendo el mismo procedimiento para el caso del en titanio. Al crear una base de datos en PATRAN dentro de una carpeta los archivos “hijos” se ubicarán automáticamente en la carpeta donde este el archivo principal o “padre”. Posteriormente se entra cada nueva base de datos en PATRAN y se modifica lo que sea necesario; material, propiedad de aplicación del material al sólido o a los elementos finitos y carga de pretensado correspondiente al material, el resto de condiciones son contantes en los tres casos.

A continuación explicaré como se resolvió el análisis estático en el caso del acero y las mismas condiciones con cambio de valores donde hace falta, se toman para los otros materiales.

El proceso final de creación del análisis para el acero ha sido el siguiente:

Cuando la geometría del eje resulta adecuada, se crea una nueva base de datos y se importa el conjunto eje-rueda-rail como archivo en formato extensión .stp. Se han creado automáticamente tres sólidos, los correspondientes a rueda y rail se ocultan para trabajar sólo con el eje. Así, se ahorrará trabajo en el análisis del conjunto posterior.

Se crea el material, se le pone de nombre “Acero_eje” con características seleccionables en el formulario: Isotrópico, lineal elástico. Se introducen los datos: Módulo de Young (MPa), coeficiente de Poisson y densidad (T/mm^3). En este primer caso creo el acero AISI 1040: $E=207000 \text{ MPa}$, $\nu=0.3$, $\rho=7.860 \text{ e-9 T/mm}^3$

Se crea una propiedad para tres dimensiones, que significa que se aplicará a un sólido geométrico o a los elementos finitos en tres dimensiones que conforman el sólido el material, ambas opciones son válidas. Se le pone un nombre “3D_Acero”, en *Input properties, Material* se selecciona el nombre del material creado.

9.3.1. Mallado

Pestaña *Meshing*:

- Herramienta *Mesh Seeds* (Semillas de malla). He usado esta herramienta para asegurarme de que hay nodos en el cambio de superficies (debidas a radios y en bordes) consiguiendo que creara la malla mejor, evitar problemas de mallado y que haga un mallado uniforme. Este mallado se realiza más grande en el cuerpo del eje y más definido en extremos. El usuario determina donde quiere una semilla de malla y al realizar el mallado el programa toma como directrices las semillas de malla, que se convertirán en nodos. Se introduce el número deseado y se selecciona una curva. En la Figura 86 se puede apreciar las semillas de malla aplicadas:

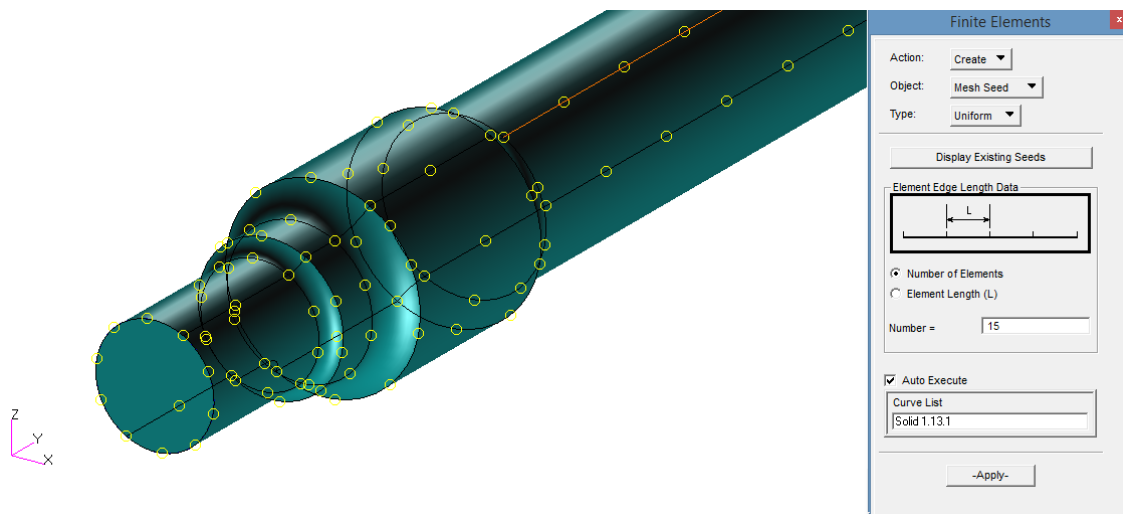


Figura 86. Semillas de malla para determinar la posición de los nodos en el mallado.

- Se crea la malla, tipo sólido, se utiliza el tipo de elemento que viene por defecto *Tet10*. Es un tetraedro, tiene cuatro caras con forma piramidal y un nodo en cada esquina. Tiene la ventaja de que es adaptable a geometrías complejas sin realizar operaciones de mallado por partes, de hecho, el eje no admite usar otro elemento sólido. Se selecciona el sólido y la propiedad antes creada, el resto de valores por defecto.
- Después de mallar siempre se usa la herramienta *Equivalence*, que tiene varias funciones, por una lado quita nodos que pueden estar duplicados y por otro permite verificar si la malla ha quedado continua, porque puede que debido a la geometría haya elementos cuyos ejes o caras no coincidan con sus adyacentes, es decir, que se produjeran dislocaciones entre elementos al intentar adaptarse la malla a la geometría. Estos problemas de mallado hay que corregirlos, entre las soluciones aparte de cambiar la geometría están, por ejemplo, hacer un tamaño de mallado más fino, modificar el mallado, mallar por otros métodos como extrusiones, etc. Si no se disminuyen o eliminan estos bordes creados en la malla, a la hora del cálculo el programa dará error.

En la Figura 87 se ve la operación de verificación de bordes, las líneas amarillas representan bordes de malla no coincidentes. En este estado la malla resulto ser aceptable.

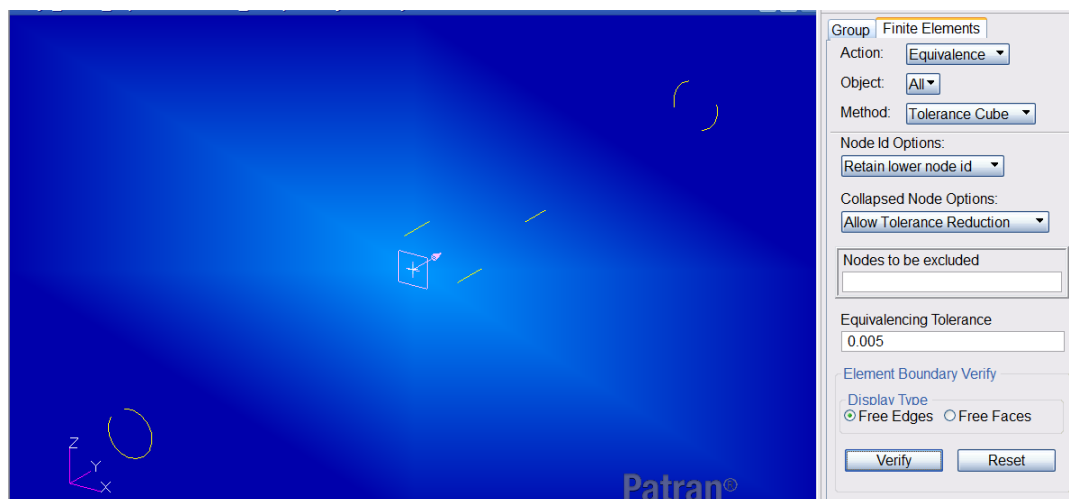


Figura 87. Verificación de los bordes de mallado que resulto correcta en el eje.

9.3.2. Cargas y restricciones

En PATRAN se pueden asociar las cargas y restricciones tanto a la geometría como a los elementos finitos. Depende del caso es más fácil asociarlas a la geometría o al mallado, también se pueden asociar en la misma base de datos a una o a otra. Si se asocian a la geometría se ahorra tiempo en caso de tener que remallar. A continuación explico que cargas y restricciones se seleccionaron:

- Restricciones en las zonas de calado de las ruedas: Se restringen las tres translaciones y la rotación en Z. Usando: *Create, Displacement, Nodal*, tipo de elemento 3D. Se seleccionan los elementos finitos de esa zona.
- Carga del pretensado, al estar aplicada sobre toda la superficie y en MPa, uso un tipo de carga de presión: *Create, Pressure, Element Uniform*, tipo de elemento 3D. El valor de esta cambia con el material: en acero es de 142.6 MPa, en aluminio es de 90.7 MPa y en titanio es de 114.3 MPa. Se selecciona las zonas de calado de la geometría del eje.
- Carga máxima, para asegurarme de que el valor de la resultante es el adecuado, uso el tipo de carga *Total Load*, para elementos en 3D. Se aplica en la zonas de la mangueta (geometría) y pongo un valor de -220500 en dirección Z.
- El peso del eje se asigna con una herramienta que se denomina *Inertial Load* donde sólo introducimos en valor de la gravedad -9800 mm/s^2 en dirección Z. Estas cargas se aplican por defecto a todo el modelo.

En la Figura 88 se pueden observar las cargas y las restricciones aplicadas en el eje de acero:

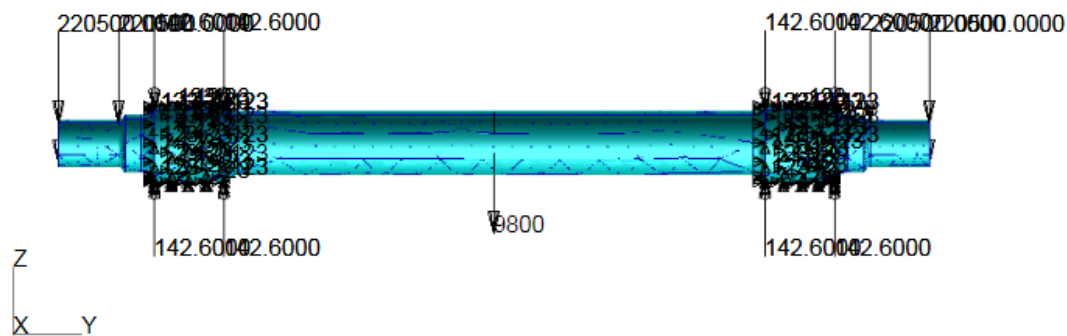


Figura 88. Representación de todas las cargas y restricciones en el eje de acero con PATRAN

9.3.3. Análisis

Se selecciona *Entire model, Full Run*, tipo estático, se da a ejecutar y NASTRAN se ejecuta y crea varios archivos que se guardan en la misma carpeta donde está la base de datos. Al terminar se accede al archivo de resultados con *Access Results, Attach XDB*

9.4. Resultados

Como se puede comprobar a continuación, donde incluyo gráficas de los resultados. No se aprecian prácticamente variaciones al cambiar de material en las tensiones, sí se puede apreciar esto en las deformaciones.

Esta falta de diferencia en los resultados de tensiones me ha llevado a cuestionar por qué ocurre, para averiguarlo y poder comparar entre tensiones, módulos de Young y deformaciones, obtengo los datos en la dirección longitudinal del eje y los relacionare por medio de la **Ley de Hooke** en el apartado de “Análisis de los resultados”:

Al ser la geometría simétrica y las condiciones de contorno simétricas, los desplazamientos y tensiones también serán simétricos, por lo que a menudo en las figuras sólo incluyo la zona que es más importante observar.

9.4.1. Desplazamientos

Las Figura 89 y Figura 90 muestran el desplazamiento que sufre el eje en módulo, es decir el desplazamiento total en CATIA y PATRAN respectivamente:

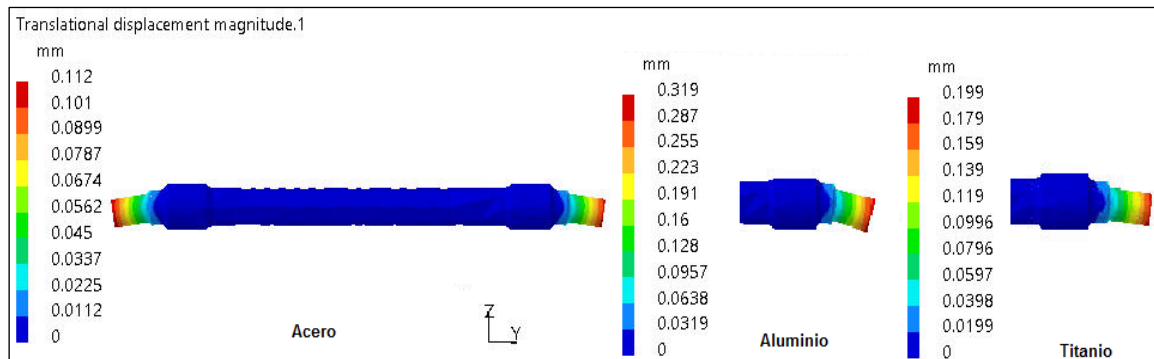


Figura 89. Desplazamiento en magnitud del eje de acero, aluminio y titanio en CATIA

Este desplazamiento es mayor en los extremos del eje, como era de esperar, puesto que es en esta zona donde las cajas de grasa transmiten la carga máxima al eje.

Como la carga tiene dirección Z negativo (hacia el suelo), el mayor desplazamiento ocurre en ese sentido y dirección.

Sin embargo si comparamos las deformadas con el modelo del cálculo analítico aproximado, en este, la deformación máxima se producía en el punto medio del eje que flecta hacia arriba, debido a la carga máxima en los extremos. Esto no se observa en el eje simulado como sólido, debido a que los apoyos no son discretos sino de una longitud igual al ancho de la rueda, las restricciones impuestas en las zonas de calado, cambian esa condición.

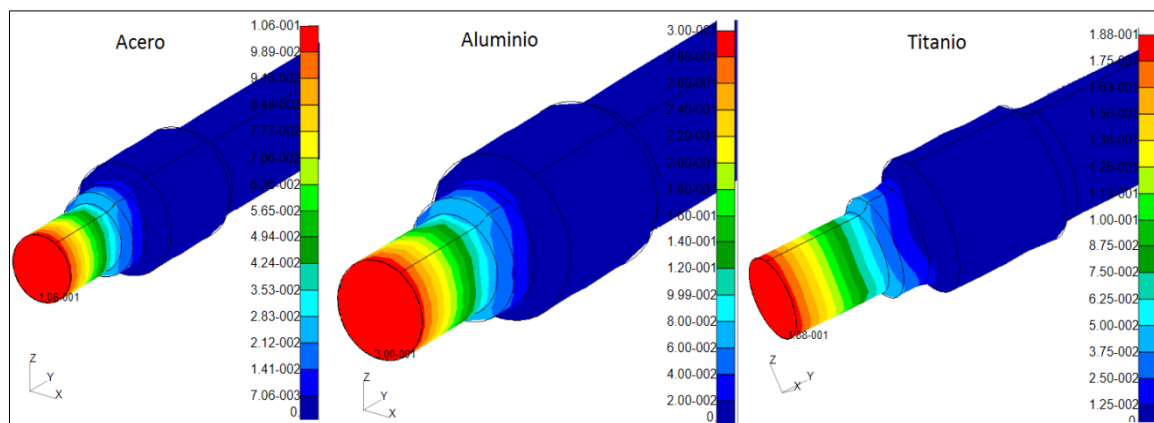


Figura 90. Desplazamiento en magnitud del eje de acero, aluminio y titanio en PATRAN, (mm)

En la Figura 91 y la Figura 92 se representan los desplazamientos en la dirección Y del sistema de coordenadas en CATIA y PATRAN respectivamente:

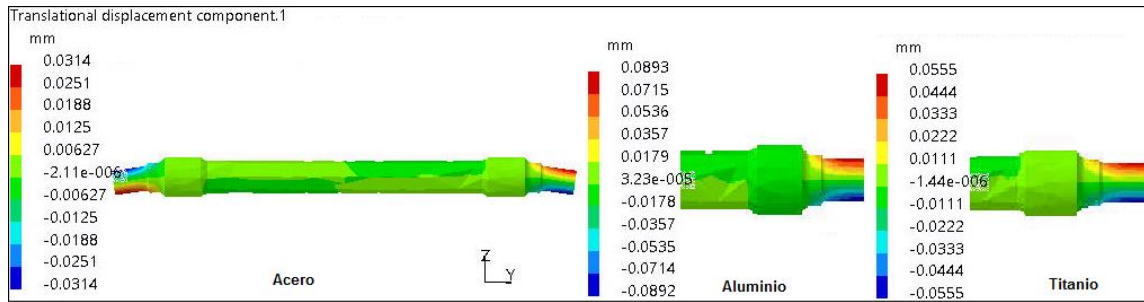


Figura 91. Desplazamiento del eje en la dirección Y, en CATIA

Igualmente las zonas de los extremos son las que sufren mayores desplazamientos. En el extremo derecho del eje se observa que, las fibras superiores del eje están traccionadas y hay un alargamiento en esa dirección que se compensa en el otro extremo del eje con un acortamiento. En cambio, las fibras inferiores están comprimidas, por lo que en el extremo derecho tienen un acortamiento que se compensa en el otro extremo.

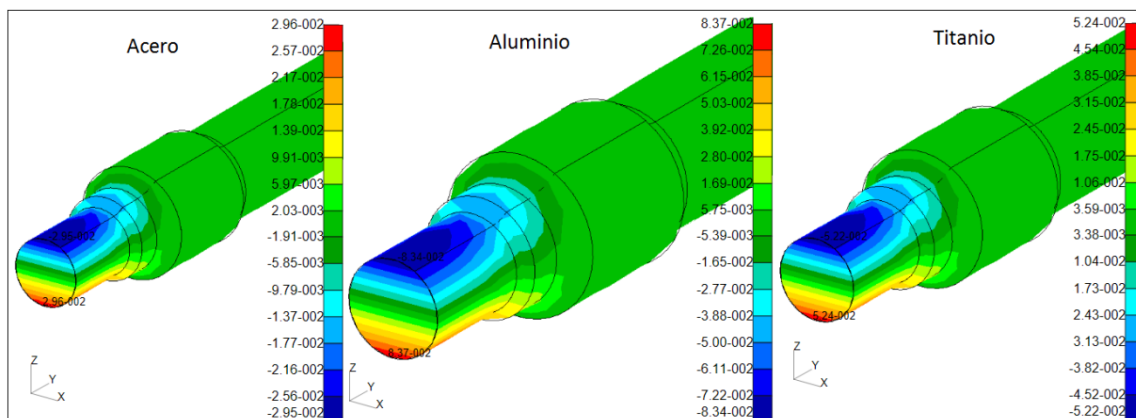


Figura 92. Desplazamiento del eje en la dirección Y, en PATRAN, (mm)

Al comparar resultados entre los dos programas, se observa que los desplazamientos son bastante aproximados.

9.4.2. Tensión en dirección longitudinal, σ_y

Las Figura 93 y Figura 94 representan la componente del tensor de tensiones, en la dirección axial o dirección Y, estas son las tensiones normales en cada punto del eje.

Con ambos programas se pueden obtener tanto la distribución del tensor de tensiones, componente a componente, como las tensiones principales, pero el objetivo es obtener σ_y para usar los valores en la *ley de Hooke* al analizar los resultados numéricamente.

Se observan concentraciones de tensión en los radios, las fibras superiores están sometidas a tracción y las inferiores a compresión.

Si estudiamos los resultados de CATIA, las concentraciones más altas de tensión dadas en la zona de la mangueta pueden estar influidas por la cercanía de la aplicación de las cargas, puesto que en esa zona está aplicada la carga máxima distribuida en toda la superficie. Tomando esto en cuenta, consideraré como válido el resultado de la concentración de tensiones en el diámetro mayor. Así la tensión máxima está según los gráficos en los intervalos; para el acero entre [60. 5, 75. 6] MPa, para el aluminio entre [60. 1, 75. 2] MPa y para el titanio entre [46.7, 61.9]

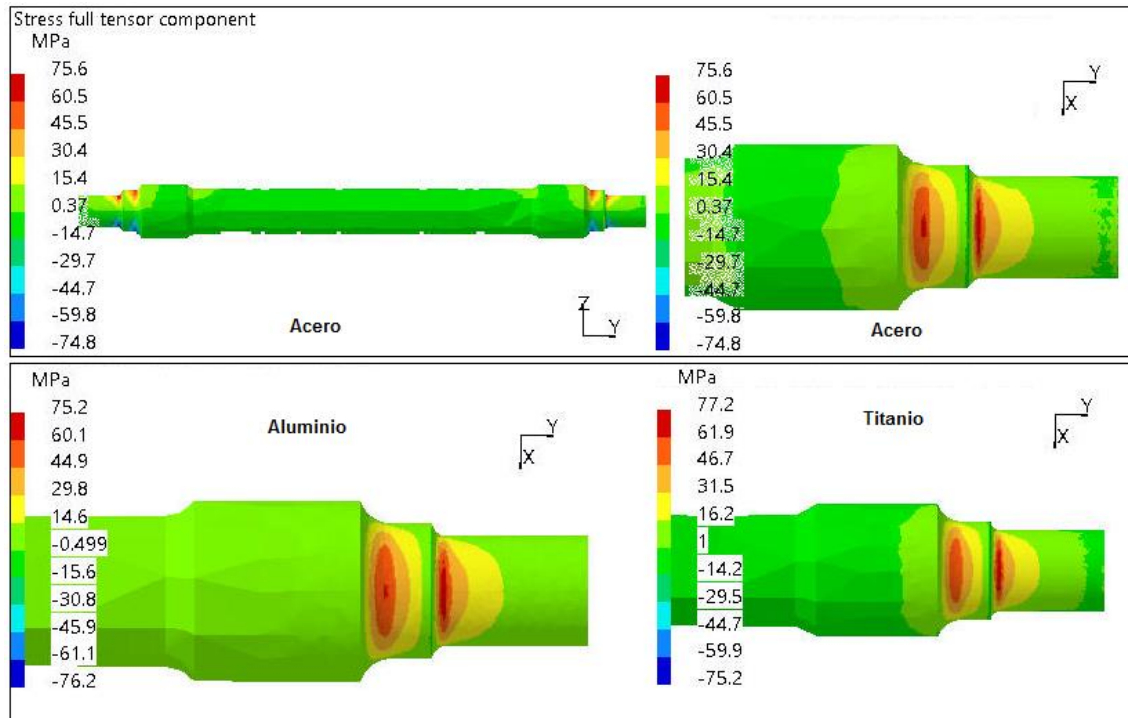


Figura 93. Tensiones del eje en la dirección axial, componente σ_y del tensor de tensiones, CATIA.

Comparemos con los gráficos obtenidos en PATRAN: Se observa que la componente de la tensión σ_y toma prácticamente los mismos valores en los tres materiales. Las tensiones máximas tienen el mismo valor y el resto de rangos tienen poca diferencia de valores entre ellos, del orden de decimas de MPa. Viendo que la tensión máxima 42.5 MPa se da no sólo en el radio de la mangueta, doy este valor por válido.

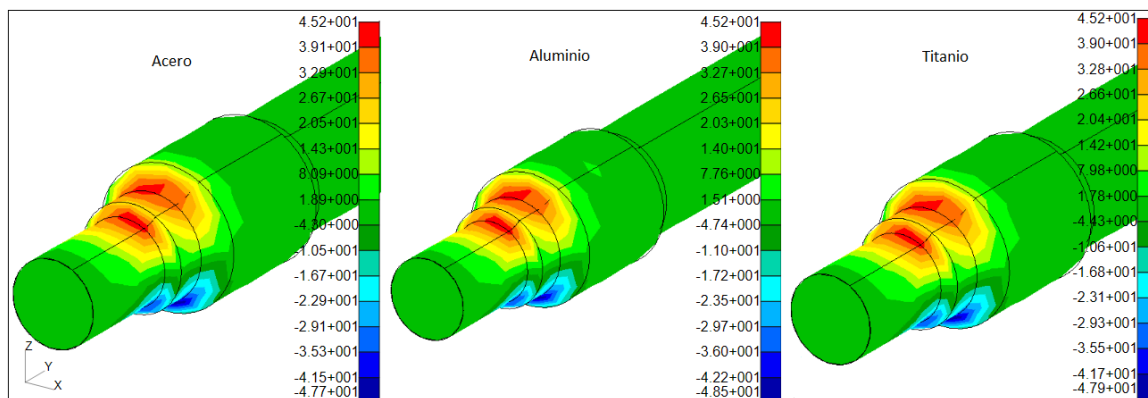


Figura 94. Tensiones del eje en la dirección axial, componente σ_y del tensor de tensiones, PATRAN, (MPa)

9.4.3. Tensión máxima principal σ_1

El objetivo de incluir en los resultados la tensión máxima principal obtenidos en PATRAN, se debe a que es el parámetro de tensión que se usará en el siguiente capítulo en el ensayo de fatiga, también en PATRAN. Así sometido a fatiga, el mismo parámetro verificará valores más altos que en el caso estático.

La Figura 95 muestra los valores de tensión máxima absoluta principal para el eje analizado en estático cuando está fabricado de acero AISI 1040, aluminio 2024 y titanio Ti-6 Al-4V:

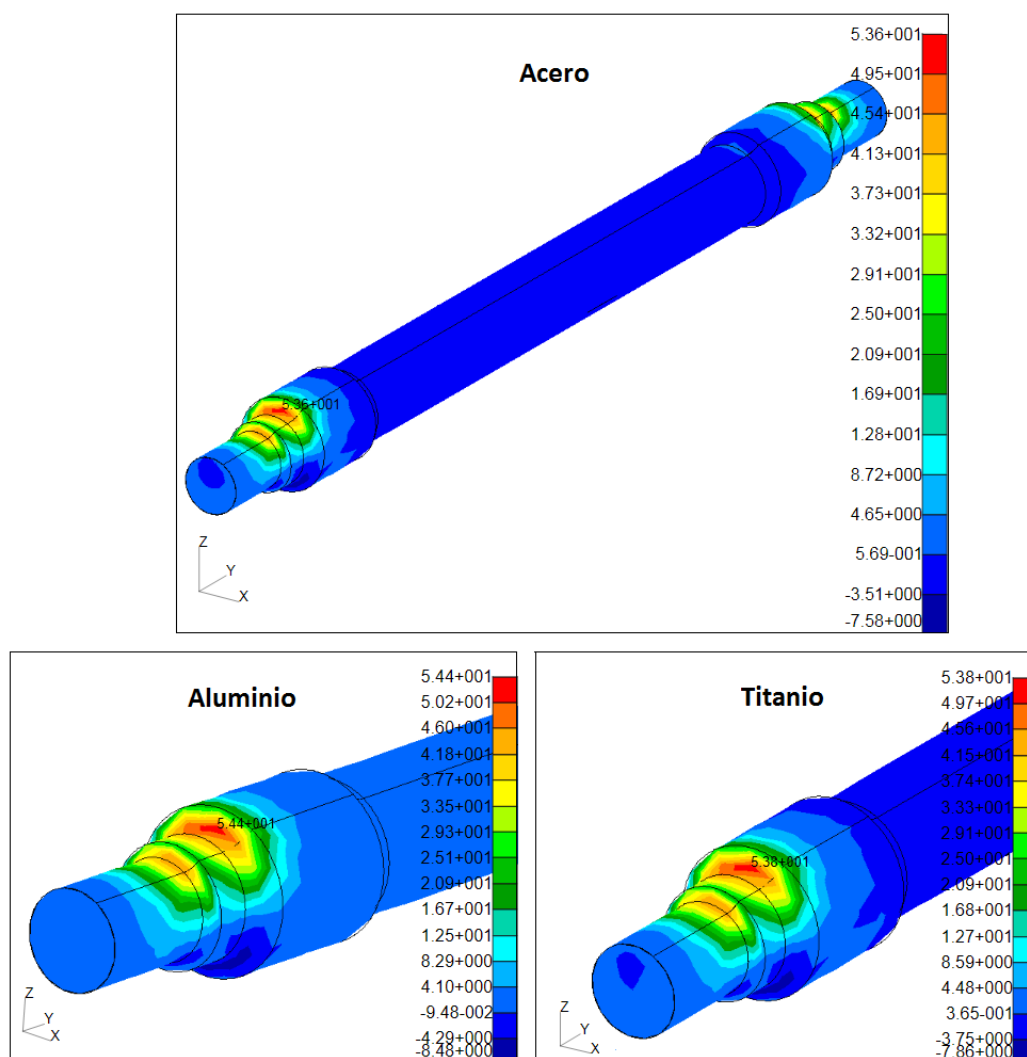


Figura 95. Tensión máxima principal, componente σ_1 del tensor de tensiones, PATRAN,(MPa)

9.4.4. Tensión de Von Mises σ_{VM}

La Figura 96 representa las tensiones de Von Mises para los tres materiales, obtenidas en CATIA. La primera vista empezando por la derecha, muestra el eje en la posición normal de uso, se incluye para mostrar la distribución de tensiones tanto en las fibras superiores como en las inferiores, se observa que es prácticamente simétrica. En el caso del aluminio y el titanio esta distribución es similar. Las otras tres figuras corresponden a la vista de planta del eje, es decir, de la parte superior del eje.

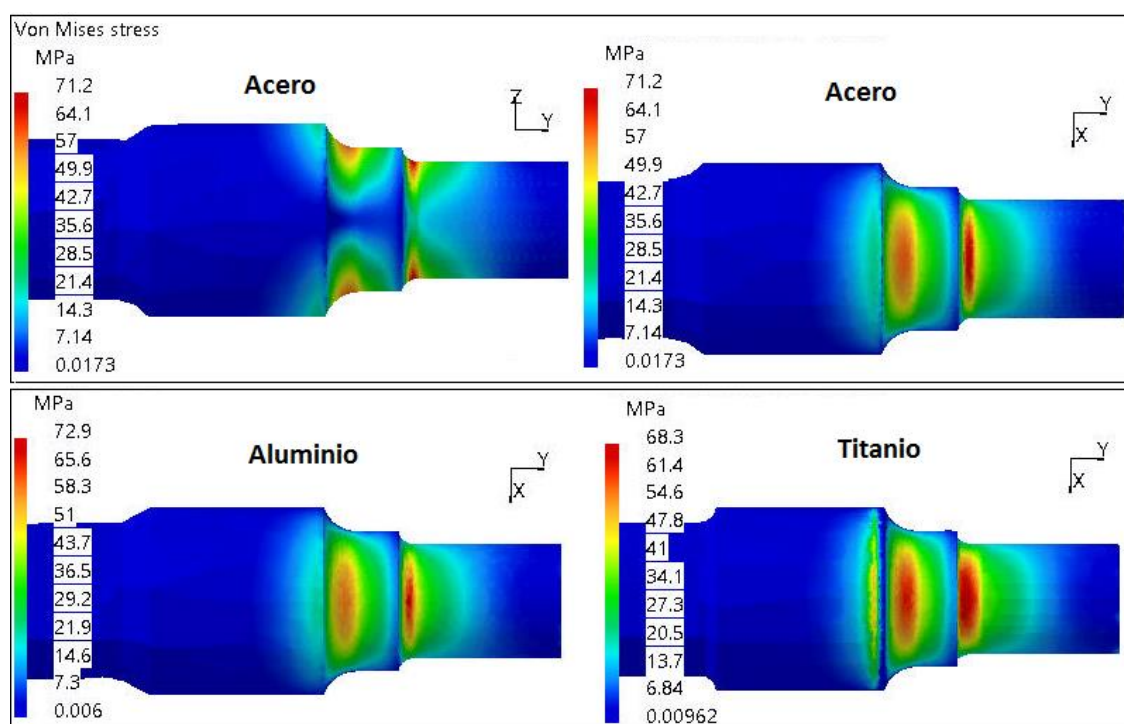


Figura 96. Tensiones de Von Mises en el eje formado de acero, aluminio y titanio, CATIA.

Siguiendo el mismo razonamiento que en el apartado anterior, establezco que el resultado más fiable se encuentra en el cambio de sección que no pertenece a la mangueta, por lo que los resultados se encuentran aproximadamente en los intervalos; para el acero entre los valores [57, 64.1] MPa, para Tensión de Von Mises el aluminio entre [58.5, 65.6] MPa y para el titanio entre [54.6, 61.4] MPa. Siguen siendo rangos de tensiones muy aproximados entre sí.

En la Figura 97 están representados los resultados de la tensión de Von Mises obtenidos para el eje fabricado de acero, aluminio y titanio en PATRAN.

Los valores máximos se dan en los radios que están en las zonas de mayor diámetro, como están lejos de la carga máxima aplicada (mangueta), los doy por válidos, su valor ronda entre los 46 MPa en los tres casos, al flectar el eje hacia abajo, se da las fibras inferiores, como se puede observar en las vistas del eje de acero.

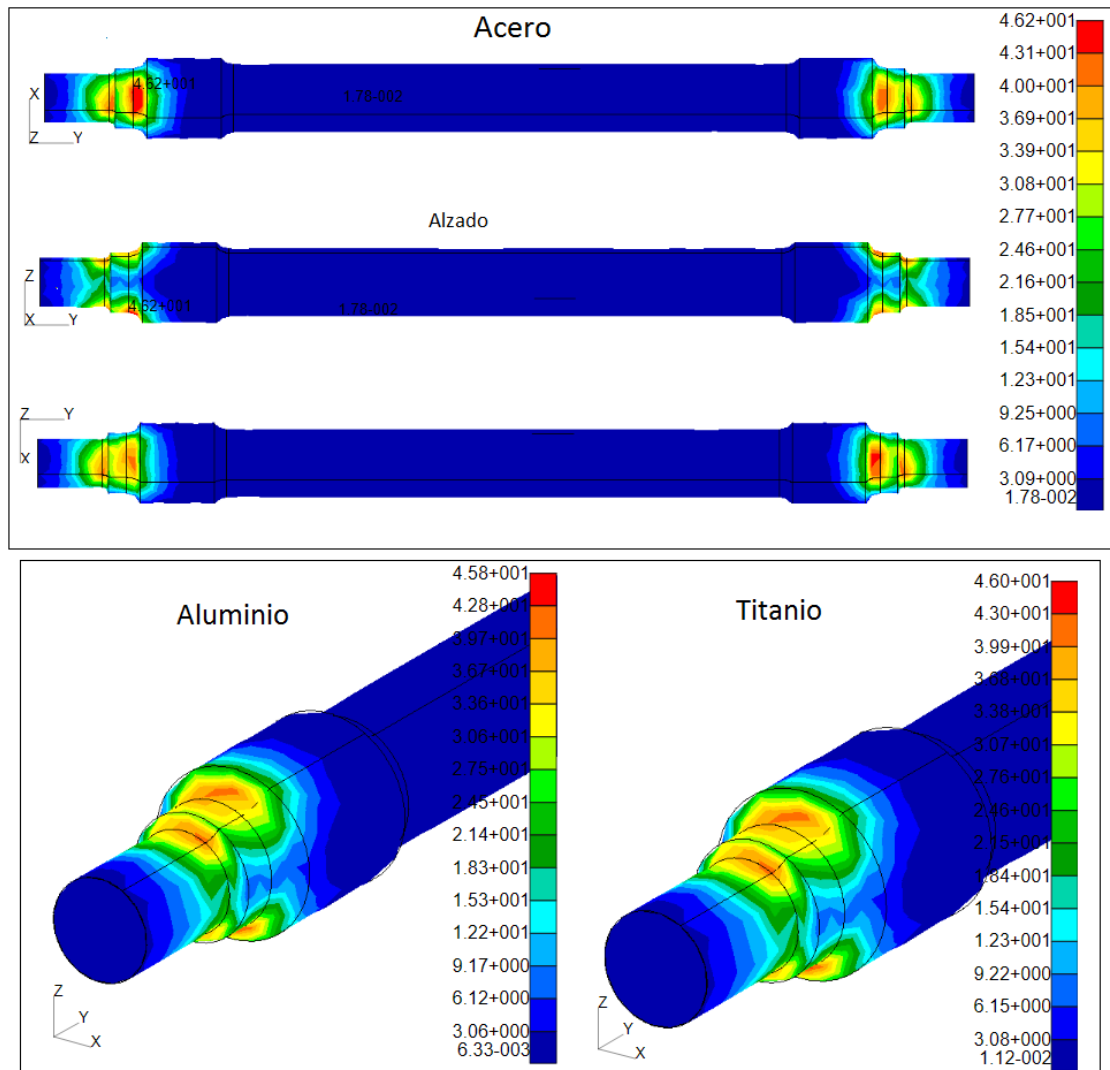


Figura 97. Tensiones de Von Mises en el eje formado de acero, aluminio y titanio, PATRAN.

9.5. Análisis de los resultados

Los objetivos de este apartado son:

1. Demostrar que los resultados obtenidos son coherentes.
2. Analizar porque no hay casi diferencia entre los valores de las tensiones al cambiar de material.
3. Determinar dónde se va a apreciar el cambio de material entre el acero, aluminio y titanio seleccionados

En el cálculo estático analítico se hizo una aproximación del eje, eliminando la zona de calado, se sustituyó por un punto donde hay un apoyo, se usó una barra circular de $\varnothing 130$ mm de acero. En esta aproximación, se obtuvo un resultado entorno a: $\sigma_Y = \sigma_{VM} \cong 50$ MPa

En las siguientes tablas resumen podemos ver cómo este modelo ha sido útil y realmente las tensiones obtenidas por medio del MEF están entorno a ese valor en PATRAN, con CATIA se alejan un poco, incluso teniendo en cuenta en vez del valor máximo, el rango de valores que corresponden a la zona con ese color:

Tabla 21. Valores máximos obtenidos en CATIA.

	Desplazamientos (mm)		Tensión (MPa)	
	Total	dir γ	σ_Y	σ_{VM}
Acero AISI 1040	0.112	0.0314	60.5 - 75.6	57 - 64.1
Aluminio 2024	0.319	0.0893	60.1 - 75.2	58.5 - 65.6
Titanio Ti-6Al-4V	0.199	0.0555	46.7 - 61.9	54.6 - 61.4

Tabla 22. Valores máximos obtenidos en PATRAN.

	Desplazamientos (mm)		Tensión (MPa)	
	Total	dir γ	σ_Y	σ_{VM}
Acero AISI 1040	0.106	0.0296	45.2	46.2
Aluminio 2024	0.300	0.0837	45.2	45.8
Titanio Ti-6Al-4V	0.188	0.0524	45.2	46

NOTA: PATRAN se demostró que da resultados más cercanos al valor real que los producidos por CATIA, más concretos y usando menos recursos computacionales. Así, doy por mejores, los resultados obtenidos en PATRAN, en todos los casos.

9.5.1. ¿Por qué los valores obtenidos para las tensiones casi no varían al cambiar de material entre el acero, aluminio y titanio elegidos?

1. Por un lado el peso del eje, que es una carga que cambia con el material debido a la densidad, es una carga casi despreciable si lo comparamos con la carga máxima admisible del eje según normativa ferroviaria, si llamo X a esta relación, tenemos que para el acero:

$$X = \frac{\text{Carga máx admisible eje}}{\text{Peso eje}} = \frac{220500 \text{ N}}{4776 \text{ N}} = 46$$

Esto significa que la carga máxima es 46 veces la del peso propio del eje, de ahí que prácticamente se pueda desestimar y no se observen cambios en el resultado.

Siguiendo la misma lógica se calcula la relación entre la carga máxima admisible y el peso del eje en los tres casos:

Tabla 23. Relación entre carga máxima admisible y peso del eje

Material	Peso (N)	carga máxima (N)	carga máxima/peso eje
Acero AISI 1040	4776	220500	46
Aluminio 2024	1682	220500	131
Titanio Ti-6Al-4V	2691	220500	82

2. Para estudiar qué pasa con la tensión he obtenido la componente del tensor de tensiones máxima en la dirección longitudinal del eje y los desplazamientos en esta misma dirección que relacionare por medio de la **Ley de Hooke**:

$$\sigma_Y = E \cdot \varepsilon_Y = E \cdot \frac{\Delta l_Y}{l_0} \quad \text{Ecuación (64)}$$

Los resultados que uso son los obtenidos en Patran por ser más exactos, en la Tabla 24 recuerdo que valores se usaran en la demostración:

Tabla 24. Valores que se van a usar en los siguientes cálculos.

	E (MPa)	Δl_Y (mm)	σ_Y (MPa)
Acero EA1N	207000	0.0296	45.2
Aluminio	72395	0.0837	45.2
Titanio	116521	0.0524	45.2

Con los valores de la tabla anterior, compruebo qué relación hay entre los módulos de Young:

$$E_{ACERO} = 2.86 \cdot E_{AL} = 1.78 \cdot E_{TI} \quad \text{Ecuación (65)}$$

También tenemos que:

$$\sigma_{YACERO} = \sigma_{YAL} = \sigma_{YTI} \quad \text{Ecuación (66)}$$

Al introducir la Ecuación (66) en la Ley de Hooke, Ecuación (64) :

$$E_{ACERO} \cdot \frac{\Delta l_{YACERO}}{l_{OACERO}} = E_{AL} \cdot \frac{\Delta l_{YAL}}{l_{OAL}} = E_{TI} \cdot \frac{\Delta l_{YTI}}{l_{OTI}}$$

Siendo en todos los casos, l_0 la longitud inicial del eje la misma, se puede eliminar de todos los miembros e introduciendo la Ecuación (65) se tiene que:

$$E_{ACERO} \cdot \Delta l_{Y_{ACERO}} = \frac{E_{ACERO}}{2.86} \cdot \Delta l_{Y_{AL}} = \frac{E_{ACERO}}{1.78} \cdot \Delta l_{Y_{TI}}$$

Eliminando de todos los miembros el módulo de Young del acero:

$$\Delta l_{Y_{ACERO}} = \frac{1}{2.86} \cdot \Delta l_{Y_{AL}} = \frac{1}{1.78} \cdot \Delta l_{Y_{TI}}$$

Sustituyendo por los valores de la Tabla 24, tenemos la siguiente igualdad, la cual se cumple y explica que hay una relación entre módulos de Young y alargamientos que hacen que las tensiones de tracción sean aproximadamente iguales:

$$0.0296 = \frac{1}{2.86} \cdot 0.0837 = \frac{1}{1.78} \cdot 0.0524$$

9.5.2. Factores de seguridad estáticos

Las tensiones de Von Mises obtenidas están muy por debajo del límite de fluencia en el ensayo de tracción correspondiente a cada material, por lo que el eje no falla en estática en ninguno de los casos.

Aunque el eje en el caso del acero ya está diseñado para no fallar tanto en estática como en dinámica con un coeficiente de seguridad mínimo de 1.2 por la norma *UNE-EN 13103* [8], vamos a ver el factor de seguridad con los resultados obtenidos omitiendo esto. Según la teoría introducida de *Diseño de Máquinas* [16] el factor de seguridad estático se puede expresar como:

$$n = \frac{S_{yt}}{\sigma_{VM}} \quad \text{Ecuación 67}$$

Cuyo cálculo se presenta en la siguiente tabla:

Tabla 25. Cálculo del factor de seguridad estático.

	S_{yt} (MPa)	σ_{VM} (MPa)	n
Acero AISI 1040	434	46.2	9.4
Aluminio 2024	262	45.8	5.7
Titanio Ti-6Al-4V	820	46	17.8

Se tiene que bajo cargas de estáticas el eje compuesto de titanio Ti-6Al-4V es más seguro, con un factor de seguridad empleando el criterio de Von Mises de 17.8 y el eje de aluminio 2024-T4 es menos seguro ($n=5.7$) que el eje de acero AISI 1040 ($n=9.4$).

Capítulo 10

Análisis a fatiga PATRAN/NASTRAN

10.1. Introducción

La versión de PATRAN/NASTRAN con la que he trabajado permite realizar distintos análisis a fatiga, la compañía que desarrolla estos programas informáticos ha creado un módulo que se denomina **MSCFatigue** al que se puede acceder desde las herramientas de PATRAN y que facilita el acceso a bases de datos de materiales o a otras aplicaciones como crear el diagrama de fatiga, que es un diagrama resistencia frente a ciclos, también llamado diagrama S –N.

En la versión de estudiante con la que yo he trabajado no hay acceso al módulo *MSCFatigue*, ni a la aplicación para usar la base de datos de materiales, que sirve para aprovechar los parámetros que tienen calculados de fatiga y tampoco he tenido acceso a la aplicación para dibujar las curvas S-N. Por tanto, **he resultado el problema con la forma creada para trabajar antes de la existencia de este módulo.**

Existen varios tipos de análisis a fatiga, que se pueden desarrollar, también con la versión de estudiante, creo que este programa es bastante completo en este campo, entre los tipos de análisis que puede realizar están: Análisis de Evaluación Estándar, *Análisis Estándar S-N (tensión-vida)*, Análisis Estándar EN (deformación-vida), Análisis Estándar Dang Bang, Análisis de Puntos de Soldadura, etc [6].

El análisis de fatiga puede considerarse como un proceso de iniciación y crecimiento de una grieta que provoca finalmente que la estructura se rompa en dos o más piezas. Este proceso puede ser representado por la siguiente ecuación [6]:

Vida Total = Iniciación grieta + Crecimiento de la grieta

$$N_f = N_i + N_p \quad \text{Ecuación (68)}$$

Dónde:

N_f = Número total de ciclos para el fallo

N_i = Número de ciclos para que se inicie la grieta

N_p = Número de ciclos para que se propague la grieta iniciada.

Se aplicará el *Análisis Estándar S-N*, que proporciona el número total de ciclos para el fallo.

La palabra fatiga se refiere al comportamiento de los materiales bajo la acción de cargas repetidas, que dan lugar a una serie de ciclos de esfuerzo. Estos ciclos de esfuerzo o de carga se definen como la parte de la función esfuerzo a lo largo del tiempo que puede ser repetida periódicamente.

La combinación de una serie de ciclos es lo que se denomina un *Espectro*, que puede darse de forma ordenada o aleatoria. Un espectro que muestre la realidad de los ciclos y las sollicitaciones a las que está sometido un componente, por ejemplo, el eje del ferrocarril, se

podría obtener de forma estadística, a partir de medidas tomadas durante la circulación.

Los análisis en PATRAN admiten la simulación de los espectros de cargas de varias maneras: cargándolos desde archivos con información de *proveedores de cargas*, con tensiones función del tiempo $\sigma(t)$, campos de funciones temporales o diagramas de tiempo por puntos, etc. [6]

10.2. El análisis estándar S-N

Un análisis básico estándar S-N tiene internamente los siguientes pasos, que son ejecutados por cada entidad de análisis (nodo, elemento), superficie y plano crítico, donde es apropiado [6]:

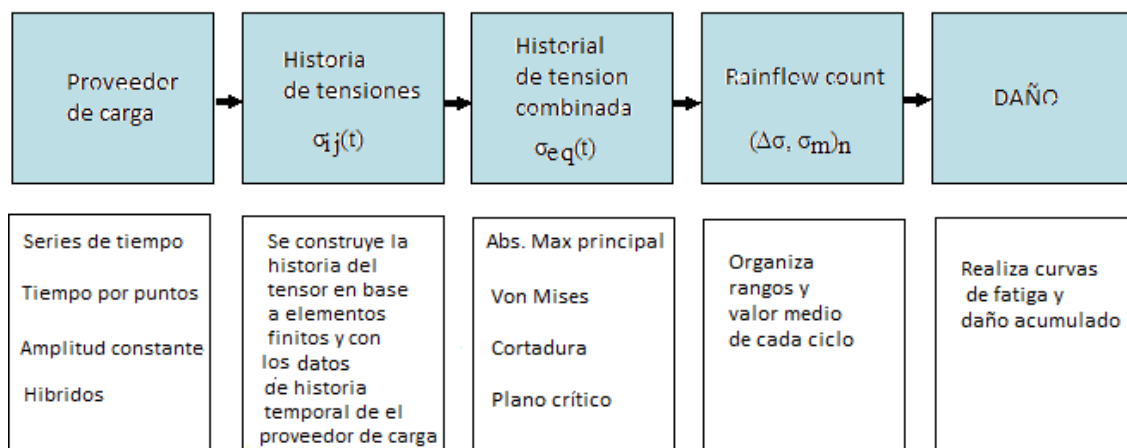


Figura 98. Análisis básico S-N.

1. Se introduce la historia del tensor de tensiones, en función del tiempo $\sigma_{ij}(t)$ o datos formados por puntos, se une con la información proporcionada por el proveedor de carga. Se puede aplicar para series temporales o diagramas de tiempo por puntos, con amplitud constante e híbridos. También es posible trabajar con vibraciones y ciclos de trabajo.

2. Desde el tensor de tensiones, se extrae un parámetro de tensión combinada (Max Absoluto Principal, Von Mises, Cortadura o Plano Crítico).

3. *Rainflow count*: Es un algoritmo usado como medio para discretizar un historial de tensión de amplitud variable, da el rango y valor medios de cada ciclo (o máximos y mínimos), reduciendo la cantidad de puntos que tienen que tenerse en cuenta en esta función temporal.

4. Calcular y acumular daño de definiciones de la curva S-N.

10.2.1. Datos de entrada para modelos de estimación de la vida a fatiga

El proceso de estimación de vida a fatiga requiere tres principales bloques de datos de entrada, ilustrados en la figura de a continuación [6]:

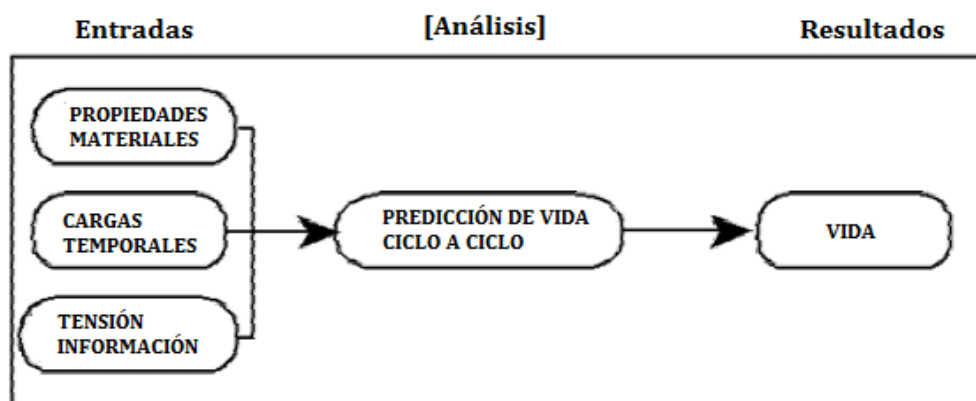


Figura 99. Esquema de la estimación de vida a fatiga.

- El bloque de cargas temporales: Las historias de tiempo de carga son las mediciones de la carga por un período de tiempo que debe ser suficiente para garantizar que la medida refleja un ciclo de trabajo típico. Si no es posible medir una carga o un parámetro relacionado, puede ser necesario sintetizar una historia de tiempo de carga.
- El bloque de información de tensión se refiere tensión-deformación local obtenida del análisis lineal elástico.

10.2.2. Procedimiento práctico para realizar el análisis S-N

El análisis a fatiga sólo permite analizar un caso de carga cada vez. Como se habían hecho en archivos separados el análisis del acero, el aluminio y el titanio, solo se procede a entrar en cada uno de ellos y cambiar lo que es necesario. Esto es:

1. Introducir los parámetros de cada material para el análisis S-N.
2. Crear un campo dependiente del tiempo.
3. Determinar el tipo de análisis y asociar esa función temporal al caso de carga.

10.2.2.1. Introducir los parámetros de cada material para el análisis S-N

El programa realiza un análisis en fatiga de ciclo alto, esto quiere decir que es desde 1000 ciclos en adelante. En el formulario de materiales, además de las propiedades ya introducidas para el análisis estático, ahora se deben añadir otros parámetros, en el “Anexo B”, hay unas tablas explicativas de que parámetros mínimos se deben introducir para cada material. Estos parámetros básicamente vienen a definir los puntos importantes del diagrama de fatiga en el ciclo alto, que según PATRAN toman esta nomenclatura [6]:

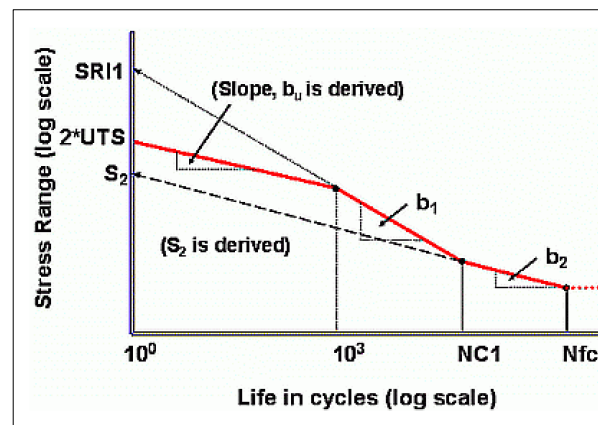


Figura 100. Curva S-N con R-Ratio = -1.

Dónde:

- UTS, es el límite de tensión última en el ensayo de tracción (S_{ut})
- Y_S , es el límite elástico de tensión en el ensayo de tracción (S_{yt}). Es opcional introducirlo, no se usa.
- M_e , módulo elástico. M_p , módulo plástico.
- $SRI1$, *Stress Range Intercept*, es un rango de valores de resistencia, se puede observar en la figura su posición.
- b_1 , es la derivada del ciclo alto
- b_2 , es la derivada de la línea de vida infinita.
- N_{c1} , es el número de ciclos en los que empieza la vida infinita.
- SE , es el error estándar de $\log_{10}(N)$, es usado para calcular la vida a una cierta probabilidad de fallo/ supervivencia. Se estima por el usuario y se pone para los casos el mismo valor para que influya los resultados del cambio de material.
- S_1 es el valor de la resistencia para 1000 ciclos
- S_2 es el valor de la resistencia para N_{c1} .
- RR o R -Ratio, es el cociente de carga ($\sigma_{min}/\sigma_{max}$) de las pruebas utilizadas para determinar la curva S-N. Es importante cuando una corrección media tensión debe ser aplicada. El valor tomado en todos los casos es $R=-1$. que significa que $|\sigma_{max}|=|\sigma_{min}|$
- N_{fc} , es el número de ciclos de corte de vida de fatiga, hasta donde el programa calculara. Más allá de esta vida, se considerará daño a ser cero. Se dejara el valor por defecto $1e+30$.

Para añadir estos parámetros al material ya creado, se selecciona *Materials, Modify, Isotropic* y en *Input Properties, Constitutive Model* se selecciona *Stress-Life (SN)*. Esto añade una nueva pestaña al material ya creado para el caso estático y donde sólo se incluyen los parámetros para este análisis, calculados según el “**Anexo B**”, que serán los siguientes:

Tabla 26. Parámetros que definen los materiales en el análisis S-N

Nombre del parámetro	Acero AISI 1040	Aluminio 2024	Ti-6Al-4V
Material tipo	99	100	300
UTS	634	400	903
YS	434	262	820
SRI1	2871	947	3765
b1	-0.133706	-0.076063	-0.138651
S1	571	280	722
S2	226	103	277
Nc1	1E+06	5E+08	1E+06
b2	0.00000	-0.03664	-0.06483
SE	0.137	0.137	0.137
RR	-1	-1	-1

10.2.2.2. Crear un campo dependiente del tiempo

Patran tiene capacidad para crear campos que describen la variación de los valores de una cantidad de análisis, incluyendo cargas, propiedades de los materiales y propiedades del elemento. Las cargas sobre el eje serán las mismas que en el caso estático y al crear un campo temporal estas van a variar, multiplicándose para cada paso de tiempo por el valor temporal dado.

Es un dato que no poseo, cómo varían los espectros de los ciclos de cargas o esfuerzos durante la circulación del tren para poder aplicarlos al eje, para conocerlos probablemente habría que hacer ensayos de tomas de medidas en la rodadura y estadísticas. Por lo tanto, creo un campo temporal en el caso más simple de una onda alternante entre valores 1 y -1. Lo hago con *Fields, Create, Non Spatial, Tabular Input*, representada en la Figura 101:

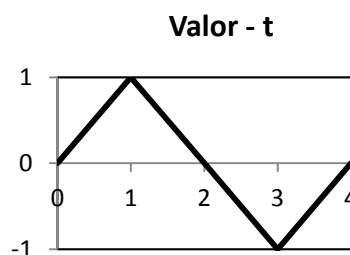


Figura 101. Campo temporal que hace variar las cargas

10.2.2.3. Determinar el tipo de análisis y asociar esa función temporal al caso de carga

Para realizar esto se ha seguido el siguiente proceso:

Pestaña Analysis: Analyze, Entire Model, Full Run

- Tipo de solución, lineal estática. --> Parámetros de Fatiga: Factor de confiabilidad del 95%. Acabado superficial, superficie finamente pulida. Corrección de tensión con Goodman. Parámetro de combinación de tensiones empleado: Máximo Absoluto Principal (se podían haber seleccionado otros parámetros como indicadores de la combinación de tensiones, como la tensión de Von Mises o tensión máxima de cortadura). Además se establece el formato de los resultados de salida, este describe el tipo de archivo con la extensión que se creará en este análisis, OP2.
- En *Subcases*, se selecciona que, para el caso de carga creado, los resultados de salida que se desean obtener, son la vida a fatiga.
- En *Subcase Select...* Se definen las secuencias de carga para fatiga. Creando un nuevo evento, se asocia el caso de carga al campo temporal previamente creado, usando un formulario desplegable como se puede ver en la figura siguiente:

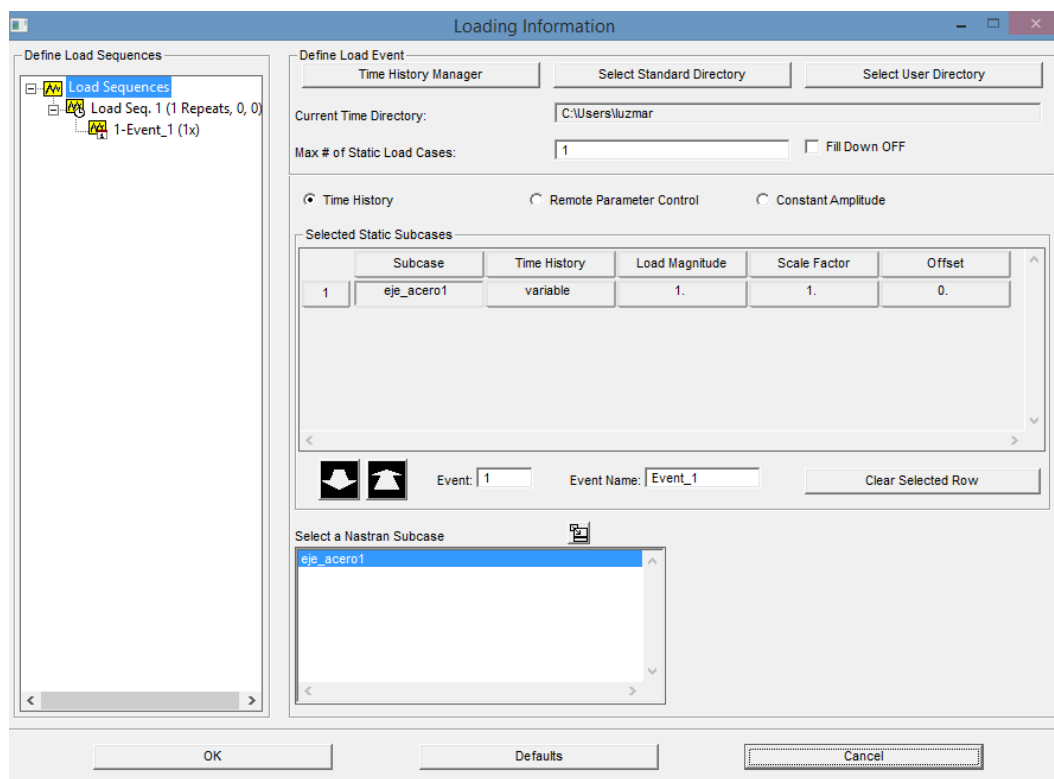


Figura 102. Tabla para la asociación de un caso de carga a una carga temporal, creando una secuencia y añadiendo un evento.

- Se pone un nombre al archivo que se creará y que tendrá extensión .bdf

Se ejecuta el análisis, el programa manda automáticamente el archivo .bdf a NASTRAN, que devuelve varios archivos de resultados cuando termina de procesar, los archivos son dirigidos a la misma carpeta de trabajo, uno de estos tiene extensión .op2 y es al que tendremos que acceder desde PATRAN para poder realizar el postprocesado, siguiendo estos pasos:

- *Access Results--> Attach Output 2*, y se selecciona el archivo .op2 que tendrá el mismo nombre con el que creamos el archivo extensión .bdf.

10.2.3. Diagramas de fatiga S-N

Según los parámetros a introducir para el análisis a fatiga en la ficha de cada material, que se han calculado según los manuales de PATRAN cuyo extracto está en el “Anexo B” y su significado está explicado en la “Figura 100. Curva S-N con R-Ratio= -1.” y los valores mencionados se encuentran en la “Tabla 26. Parámetros que definen los materiales en el análisis S-N”, se ha creado el siguiente un gráfico en EXCEL, que muestra el diagrama de fatiga para cada material según estos cálculos mencionados:

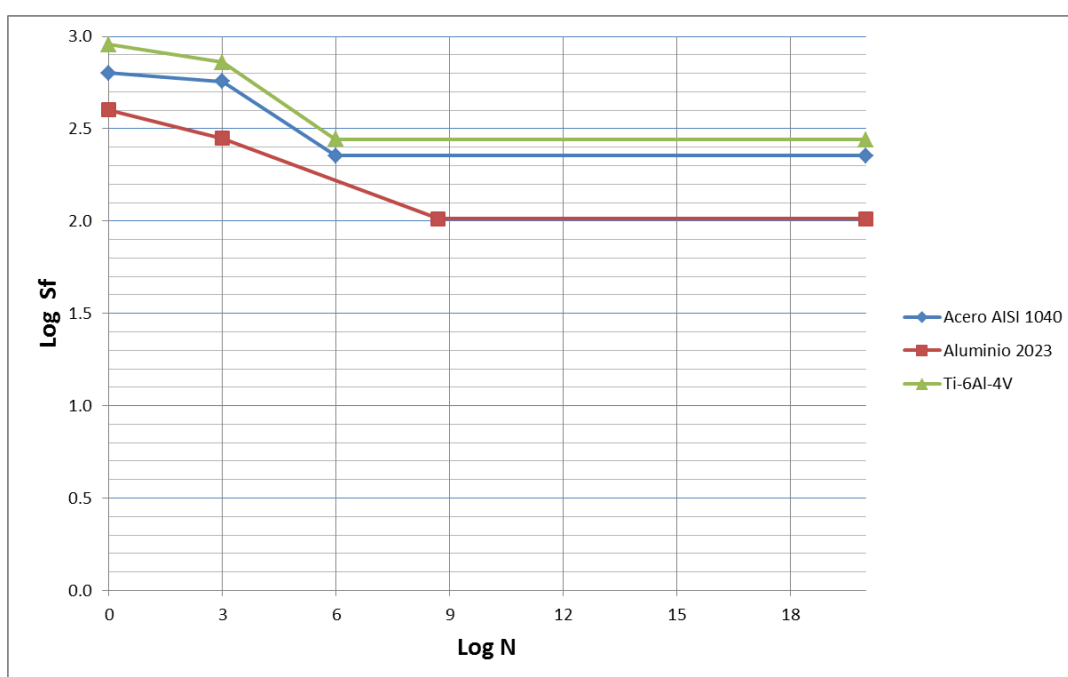


Figura 103. Diagrama de fatiga S-N según fórmulas de Patran en el Anexo B y cuyos valores de resistencia y ciclos se toman de la Tabla 26.

Según se puede observar en el gráfico comparativo, la vida de una pieza de aluminio 2024 es menor, que la de un acero al carbono AISI 1040 y el metal con más durabilidad, para la mismas condiciones y tensión sería el Titanio Ti-6Al-4V.

Así, es el Aluminio 2024, el material del que se espera la menor resistencia para el límite de fatiga, que tiene un valor de 103.2 MPa y ocurre a $5e+8$ ciclos de duración.

El Titanio Ti-6Al-4V tiene valores más altos de resistencia que el acero al carbono AISI 1040 y esto se reproduce en el diagrama de fatiga, la transición de la *zona de ciclo medio* a la *zona de ciclo alto* ocurre para ambos a $1e+6$ ciclos, tomando el valor de la resistencia del límite de fatiga, aproximadamente 226.3 MPa para el acero AISI 1040 y 277.2 MPa para el titanio Ti-6Al-4V.

La línea de la zona de vida infinita, no tiene pendiente en el acero y tiene una pequeña pendiente negativa en el caso del aluminio y del titanio (ver parámetro b_2 de la Tabla 26).

10.3. Resultados

10.3.1. Duración Log N – Repeticiones

Se pueden obtener dos resultados gráficos parecidos *Log life*, *Repeats*, y *Log life*, *Cycles*, estos presentan la duración en escala logarítmica en *repeticiones* o *ciclos* y muestran el mismo resultado.

La diferencia entre ellos es que mientras el resultado predeterminado, *Log life*, *Repeats*, indicará el número de repeticiones en el tiempo que el modelo ha sobrevivido, un *ciclo* es una unidad definida por el usuario para describir con mayor precisión que significa una repetición de cada señal de tiempo, por ejemplo, podría representar un número de vuelos de un avión, o vueltas a una pista de pruebas u horas de funcionamiento.

Como se puede advertir en la figura *Duración del eje en Log (repeticiones)* que se muestra a continuación, el conjunto de ejes en los materiales estudiados, acero AISI 1040, aluminio 2024 y titanio Ti-6Al-4V, presentan una duración superior a la marcada como límite para vida infinita. La máxima duración que podrían alcanzar es el límite de corte que se estableció para el cálculo, es decir, se le especificó al programa que calculara hasta un límite de $N_{fc} = 10^{30}$ ciclos o repeticiones.

Las duraciones menores, se dan en los puntos de concentraciones de tensiones, es en los cambios de radio por donde el eje se partirá. Son los valores mínimos de duración los que hay que tener en cuenta.

Para saber el número de ciclos o repeticiones de vida que tendrá el eje, hay que tener en cuenta que la escala del resultado es logarítmica. Por tanto si la representación muestra que el logaritmo de vida a fatiga es por ejemplo 13.8, esto es equivalente a $10^{13.8} = 6.31 e + 13$ ciclos.

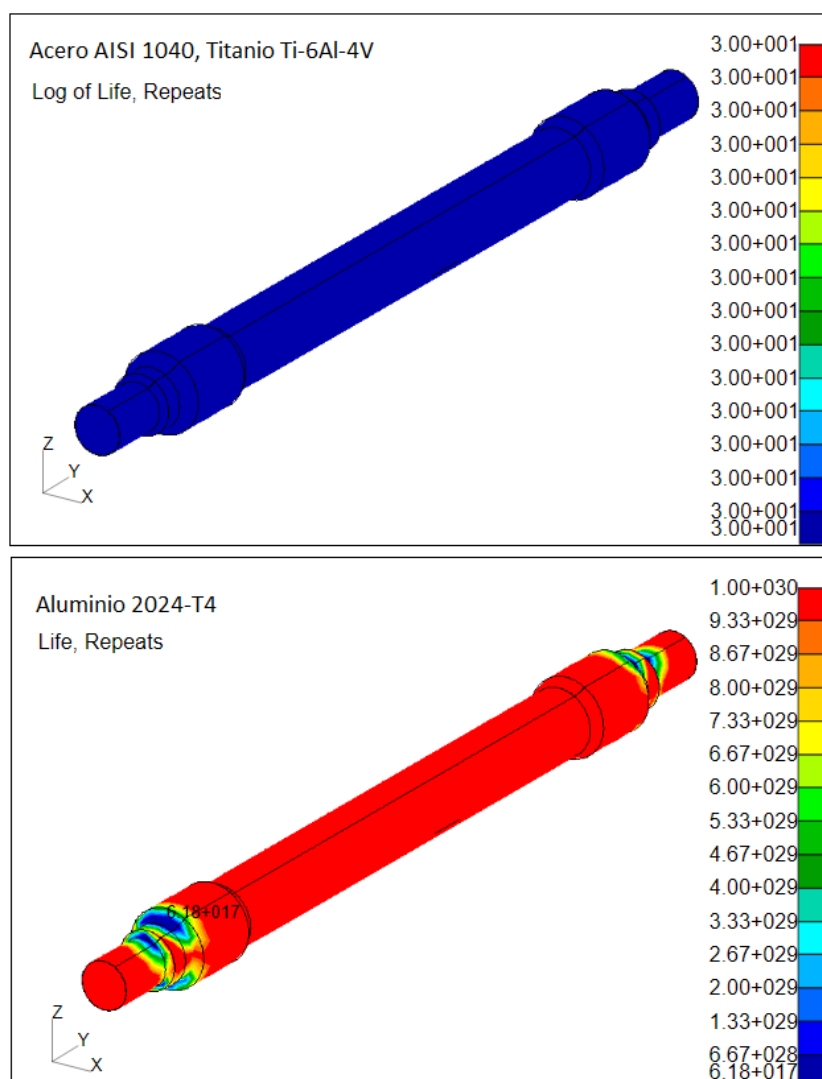


Figura 104. Duración del eje en el análisis a fatiga S-N con PATRAN/NASTRAN, la figura superior muestra el valor para acero y titanio en Log(repeticiones) y la de abajo para el aluminio, en repeticiones.

Por tanto las duraciones obtenidas son:

- Acero AISI 1040 y Titanio Ti-6Al-4V, la duración es un número de ciclos mayor de 10^{30} .
- Aluminio 2024, la duración total calculada es de 6.18×10^{17} ciclos y la pieza parte en los radios de cambio de diámetro.

10.3.2. Tensiones máximas en condiciones de fatiga.

Antes de ejecutar el análisis a fatiga se indicó que la combinación de tensiones aplicaría la *tensión máxima absoluta principal* como parámetro de tensión que se ha utilizado en el análisis de fatiga.

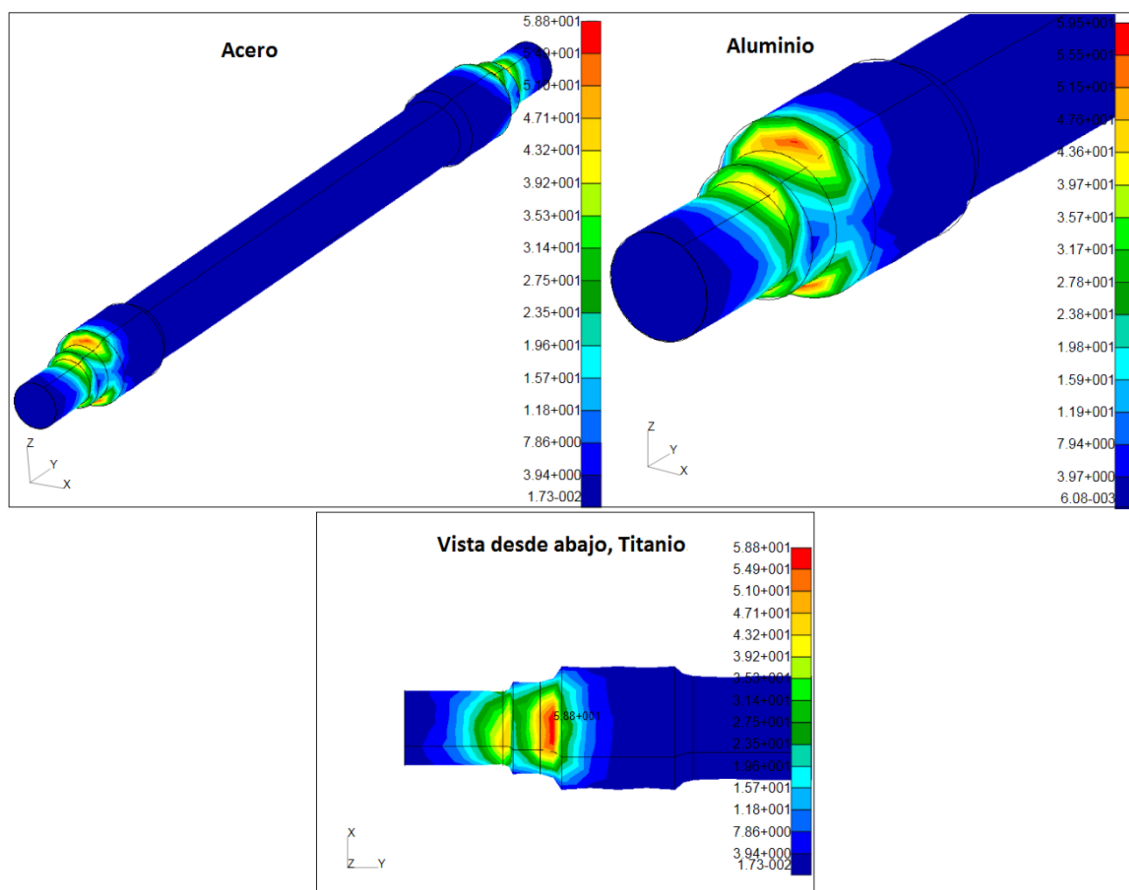


Figura 105. . Tensión principal máxima absoluta en el caso de fatiga para el eje fabricado en acero, aluminio y titanio.

Del gráfico se pueden extraer **los valores límites de tensión absoluta principal** en cada material, advirtiéndose que la similitud del resultado en el caso de los límites superiores es mayor que en los límites inferiores de tensión. **En este gráfico no salen las mínimas tensiones, debido a la escala, las tensiones mínimas son iguales en valor absoluto y con signo negativo, porque la carga es fluctuante de tensión media cero** y serán mostradas en la tabla resumen de a continuación.

Un resumen de cómo ha variado la tensión máxima principal en los límites superiores e inferiores en el análisis estático y análisis a fatiga, queda ilustrado en la Tabla 27:

Tabla 27. Valores límite de la tensión máxima principal en el análisis estático y a fatiga obtenidos en PATRAN

	Estático (MPa)		Fatiga (MPa)	
	σ_1 , MAX	σ_1 , MIN	σ_1 , MAX	σ_1 , MIN
Acero AISI 1040	53.6	-7.58	58.8	-58.8
Aluminio 2024	54.4	-8.48	59.5	-59.5
Titanio Ti-6Al-4V	53.8	-7.86	58.8	-58.8

Se comprueba que los resultados tanto en el análisis estático como si el eje está sometido a fatiga, los valores de tensión para el eje de acero, están por debajo de los valores máximos de tensión admisible para el ensayo de fatiga que aparecen la Norma Europea de Aplicaciones Ferroviarias *UNE-EN 13103. Ejes portadores, método de diseño* [8], como se puede observar en la Tabla 28, extracto de la norma indicada:

Tabla 28. Esfuerzos máximos permitidos para ejes macizos con calidad de acero EAIN

Coefficiente de seguridad S	Zona 1 ^a N/mm ²	Zona 2 ^b N/mm ²
1,2	166	100
^a Zona 1: cuerpo del eje, zonas de calado de rodamiento y curvas de transición. ^b Zona 2: zonas de calado de rueda, de disco de freno, de rodamiento y de obturador.		

10.3.3. Factores de seguridad empleando el criterio de Goodman

Sí recordamos de la teoría la “Figura 39. Línea de carga en el diagrama de Goodman para vida infinita.” y se calcula el factor de seguridad empleado el criterio de Goodman (Ecuación (34)) con los valores obtenidos de tensiones máximas con PATRAN/NASTRAN y los límites de fatiga ya calculados (Tabla 26).

Sabiendo que : $\sigma_{aD} = \sigma_{1,MAX}$, $\sigma_{mD} = 0$.

Operando, el factor de seguridad, queda: $n = \frac{Se}{\sigma_{aD}}$

Tabla 29. Factor de seguridad empleando el criterio de Goodman en fatiga

	Se	$\sigma_{1, MAX}$	n
Acero AISI 1040	226.3	58.8	3.8
Aluminio 2024	103.2	59.5	1.7
Titanio Ti-6Al-4V	277.2	58.8	4.7

Se tiene que bajo cargas de fatiga en estas condiciones: el eje compuesto de titanio Ti-6Al-4V es más seguro, con un factor de seguridad empleando el criterio de Goodman de 4.7 y el eje de aluminio 2024-T4 es menos seguro que el eje de acero AISI 1040.

Capítulo 11

Análisis modal del eje montado.

11.1. Introducción

Una **vibración mecánica** es el movimiento de una partícula o un cuerpo que oscila alrededor de una posición de equilibrio. La mayoría de las vibraciones son indeseables en máquinas y estructuras pues incrementan los esfuerzos mecánicos y las pérdidas de energía. Por consiguiente, es conveniente eliminarlas o reducirlas mediante un diseño apropiado. En los últimos años, el análisis de vibraciones ha cobrado cada vez más importancia paralelamente al aumento de las velocidades de las máquinas y a la disminución de peso de las estructuras. Hay razones para esperar que esa tendencia prosiga y que en el futuro aumente la necesidad de un análisis de vibraciones más desarrollado [31].

Cuando un sistema es desplazado de una posición de equilibrio estable, acostumbra a generarse una vibración. El sistema tiende a regresar a esa posición de equilibrio bajo la acción de fuerzas recuperadoras. Pero generalmente el sistema vuelve a su posición original animado de una velocidad adquirida que lo lleva más allá de esa posición. Como ese proceso puede repetirse indefinidamente, el sistema se mantiene oscilando alrededor de su posición de equilibrio [31].

El intervalo de tiempo que invierte el sistema en ejecutar un ciclo de movimiento completo se llama **periodo** de la vibración. El número de ciclos por unidad de tiempo es, por definición, la **frecuencia** y el desplazamiento máximo del sistema desde su posición de equilibrio se llama **amplitud de la vibración**. [31]

Cuando el movimiento se mantiene únicamente a merced de las fuerzas recuperadoras, se dice que la vibración es una **vibración libre**. Cuando al sistema se le aplica una fuerza periódica, el movimiento consiguiente recibe el nombre de **vibración forzada**. Si se tienen en cuenta los efectos del rozamiento se denomina **vibración amortiguada** [31]

Una vibración forzada amortiguada se mantiene mientras se mantenga aplicada la fuerza periódica responsable de esa vibración, aunque la amplitud depende de la intensidad de las fuerzas amortiguadoras. [31] . **El conjunto eje-rueda-raíl está sometido a vibraciones de este tipo.**

Al estudiar los modos propios de vibración del conjunto eje-rueda-raíl, se estudian las maneras de vibrar, en una **vibración libre** del sistema modelado, cada modo vibra a una frecuencia denominada **frecuencia natural** o **frecuencia propia**, porque es la frecuencia del **propio sistema** y es debida a esta fuerza recuperadora que desplazó al conjunto de su posición de equilibrio.

En el conjunto eje-rueda-raíl esta fuerza que provoca la vibración natural corresponde a las cargas a las que está sometido el eje.

Cuando el eje montado y raíl además de vibrar a esta frecuencia natural, está sometido a una fuerza adicional a una frecuencia distinta que podemos llamar **frecuencia excitadora**, las oscilaciones generadas en el conjunto son una suma de estas dos fuerzas, la correspondiente a las sollicitaciones del eje y la excitadora.

El **fenómeno de resonancia** se origina **cuando la frecuencia excitadora se aproxima en valor a la frecuencia natural de sistema**. Cuando esto ocurre, la amplitud de las nuevas oscilaciones resultado de las dos fuerzas se hacen enormes aunque la magnitud de la fuerza excitadora sea pequeña, provocando importantes deformaciones elásticas que producirán en el conjunto elevadas tensiones en las secciones del mismo.

El análisis de modos propios de vibración en su aplicación a ejes nos proporciona una herramienta para saber cuál es la **velocidad crítica del eje**, determinando las frecuencias naturales de oscilación del sistema se determina cuando el régimen de giro del eje está próximo a alguna de estas frecuencias naturales.

11.2. Estimación de la frecuencia máxima a la que trabaja el eje en la rodadura

Es muy común en ingeniería hacer bajo hipótesis estimaciones de cálculo que ayuden al ingeniero a hacerse una idea de la magnitud que puede tomar una variable determinada que se desconoce. Así pues, con las mismas hipótesis que se determinaron en el capítulo “**Planteamiento del problema**”, se harán algunos cálculos que nos darán una idea de cuál puede ser el rango máximo de frecuencia en el que trabaje el eje en la rodadura. Para esto se tomará en cuenta la ficha técnica del tren CIVIA [9]:

Hipótesis 1: En una vuelta del eje la rueda recorre la longitud en metros de su circunferencia $L = 2\pi R$.

- La velocidad máxima, es $v = 120 \text{ Km/h} = 33.33 \text{ m/s}$.
- El radio de la rueda nueva es $R = 0.445 \text{ m}$

Se tiene que a velocidad máxima:

$$33.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{2\pi 0.445 \frac{\text{m}}{\text{rev}}} \cdot \frac{60 \text{s}}{1 \text{ min}} = 715.3 \text{ rpm} = 74.91 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Aplicando la Ecuación (69) que relaciona la aceleración angular (w) y la frecuencia (f):

$$f = \frac{w}{2\pi} \cong 12 \text{ Hz} \quad \text{Ecuación (69)}$$

El eje montado trabaja, sin tener en cuenta otros factores además de la velocidad máxima que puede alcanzar el tren a una frecuencia de 12 ciclos por segundo, que en este caso se puede entender también como 12 vueltas por segundo.

11.3. Preprocesado

En el análisis estático se había creado una base de datos con el conjunto del eje, rueda y rail importado desde CATIA, donde fue salvado con extensión .stp. Se había comprobado que genero tres volúmenes sólidos, uno correspondiente a cada pieza. Al partir desde este archivo, se ahorran repeticiones de pasos en el procesado. Para la simulación se utiliza una sola rueda y un solo rail, estableciendo restricciones también en zona la de calado sin rueda.

Realizar un análisis de un conjunto de elementos es más complicado y laborioso que analizar una sola pieza, tanto para que el mallado identifique que son elementos distintos pero relacione coincidencias de nodos y/o elementos entre dos superficies distintas de diferentes sólidos, como a la hora de determinar el tipo de contacto que hay entre ellos.

La malla no coincide con la superficie exacta del sólido creado, ya que aproxima la superficie del sólido (se “*poligoniza*” internamente con los elementos), por lo cual, aunque el mallado sea muy fino entre dos sólidos en contacto y se haya aproximado la geometría al máximo en el diseño de estos, siempre habrá otros parámetros variables que se deben introducir en el programa, para determinar el tipo de contacto que es correcto. El valor que hay que dar a estos parámetros no queda definido de forma muy clara en los manuales, se basa en la experiencia y yo he usado el método de prueba-error.

Otro método posible para asegurar el contacto sería que las superficies que lo requieran compartan nodos, con lo que al mallar uno tendría que asegurar pieza por pieza que los nodos tengan la misma posición y esto es muy laborioso, porque para conseguirlo se debe trabajar con geometría auxiliar con el objetivo de mallar por partes, con todas las operaciones que esto conllevaría y la inversión en tiempo es difícilmente justificable.

Con la limitación ya comentada previamente para desarrollar el proyecto de que al usar una **versión de estudiante de los programas PATRAN/NASTRAN, la licencia permite trabajar con 5000 nodos** se ha desarrollado este apartado. Esta cantidad es un límite bajo para un conjunto mecánico, porque se tienen que hacer un mallado por componente y el mallado no resulta preciso, por tanto, el contacto no es ideal.

A pesar de haber tenido que usar tamaños de elemento grandes en las tres piezas, se ha puesto especial cuidado en que este contacto exista y tenga una magnitud aceptable. Si no fuera de esta manera, no tendría sentido simular el conjunto, ya que no se produciría la transferencia de cargas y sería como si el eje estuviera trabajando separado, o el eje y la rueda estuvieran trabajando por separado.

Así, el análisis realizado consta de los siguientes pasos:

1. Análisis del contacto entre elementos: Por medio del método prueba-error y repetición múltiple del análisis se establecen los parámetros finales a introducir en la **Tabla de contacto**. Considerando el contacto adecuado, se apuntan estos valores para usarlos en el análisis modal.

2. **Análisis modal:** Donde se introducen en la **tabla de contacto** los valores obtenidos que dieron un buen resultado en el análisis de contacto.

El preprocesado es común a los dos análisis, así que resumiré el procedimiento general, especificando la parte de análisis de contacto cuando sea necesario.

En este caso se crearán los materiales correspondientes al aluminio y al titanio, así como las **cargas de pretensado** correspondientes en el **mismo archivo**, variando de material cada vez, se correrán los distintos casos en análisis diferentes.

11.3.1. Mallado

Antes de realizar el mallado se procede a determinar por medio de la herramienta *Mesh Seeds* el número de nodos que se desean en las aristas y cuerpo del eje. Esto realizara un mallado más ordenado, con más densidad de mallado en la zona de calado del eje y tamaño de elemento mayor en el cuerpo del eje, ya que no es una zona que necesite precisión. La distribución de semillas en el eje es muy parecida a la de la Figura 86.

La opción elegida para mallar el conjunto es la herramienta que podemos encontrar en el menú *Assembly Mesh* para la que se han seguido la siguiente secuencia de pasos en los comandos. Seleccionar:

1. *Tools, Pre-Release, Assembly Mesh, Imprint Wizard*. Se seleccionan los tres sólidos.
2. En la misma pestaña *Imprint Wizard*, seleccionando *Mesh* y *Solid*. Se marcan todas las piezas y se determina el tamaño de mallado de cada una de ellas.

En la siguiente figura se puede observar cómo queda mallado el conjunto:

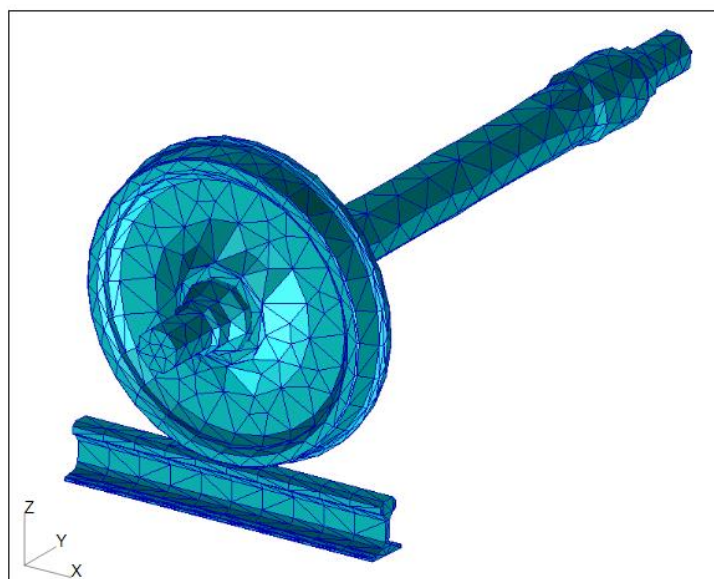


Figura 106. Mallado del conjunto; eje, rueda y rail.

Se crean tres aceros distintos, uno para el eje, otro para la rueda y otro para el rail, se crean los materiales aluminio y titanio seleccionados, para el eje. También se crean tres propiedades, una para cada pieza. Al querer cambiar el análisis del eje a otro material, se indicará a la propiedad el cambio. Para hacerse una idea más precisa se puede observar la Figura 108

El eje tiene exactamente las mismas cargas y restricciones que en el análisis del eje simple. No se añadirán más cargas, pero si se crean las diferentes cargas de pretensado correspondientes a cada material, para cuando cambie el material, se cambiará la carga de pretensado.

11.3.4. Condición de contorno de contacto

Pestaña *Loads/BCs, Create, Contact, Deformable Body* y se seleccionan todos los elementos finitos correspondientes al sólido para el que estamos definiendo el contacto. En la Figura 108 se puede observar el árbol de operaciones con las ramas extendidas de los materiales, propiedades y cargas de contacto creados:

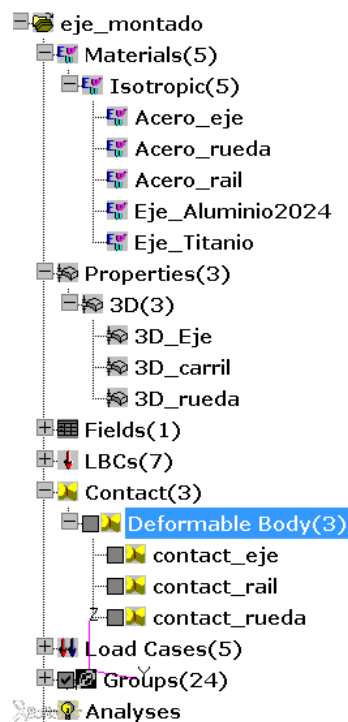


Figura 108. Árbol de operaciones donde se pueden ver materiales, propiedades y condiciones de contorno de contacto creadas.

11.3.5. Casos de carga

En un caso de carga se señalan las cargas y condiciones de contorno que se usarán cuando se ejecute el análisis. Esto permite tener diferentes condiciones agrupadas para realizar el análisis de la combinación que hayamos definido en el caso de carga. En la siguiente figura se puede apreciar el caso de carga que se usa para el caso del acero:

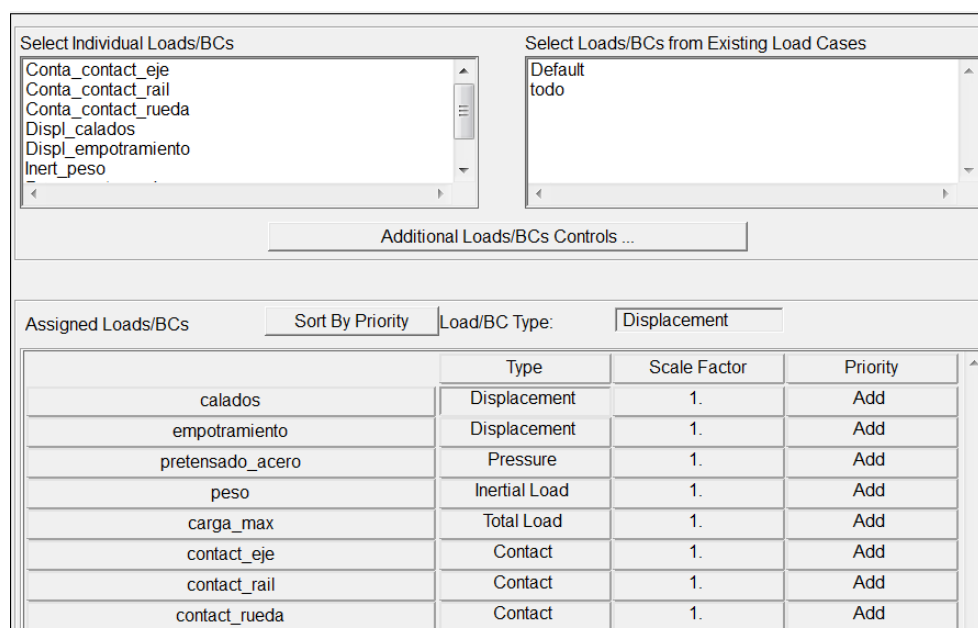


Figura 109. Caso de carga en el caso del eje de acero.

11.4. Procesado

11.4.1. Análisis del contacto entre elementos

Para realizar el análisis del contacto entre elementos se usa la **Tabla de contacto** y después de probar y ejecutar el análisis con distintos parámetros y configuraciones en la tabla, se consigue que el contacto se efectué.

Al ser el tamaño de elemento “grande” se tiene que dar un valor al **error** grande. Este error se refiere a cuando el contacto no existe porque hay un hueco entre los elementos o nodos, estimamos con el error la magnitud del hueco.

Las opciones seleccionadas han sido:

- Tipo de análisis, estático lineal. Formato de los resultados de salida, *MASTER/DBALL*.
- Usando: *Subcases: Subcase Parameters*, se añade la tabla de contacto.

Aquí se trabaja con las condiciones de contacto creadas y se determina que piezas están en contacto entre sí, en Figura 110 se observan los valores introducidos para el caso del contacto entre el eje y la rueda, se establece que están unidos solidariamente o “pegados” (*Glue* en inglés):

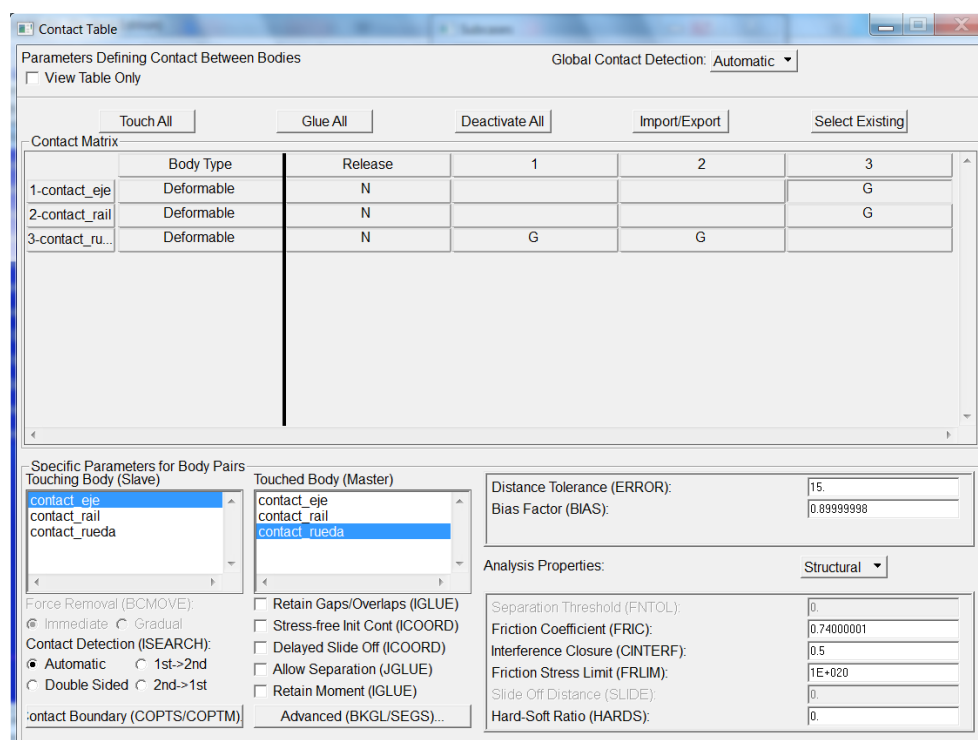


Figura 110. Tabla de contacto y parámetros para el contacto entre eje y rueda.

- En *Subcases* se solicita también que los resultados de salida deseados sean del contacto.

Realizado el análisis y después de acceder a los resultados, como se puede verificar en la Figura 111, se produce suficiente contacto entre las tres piezas:

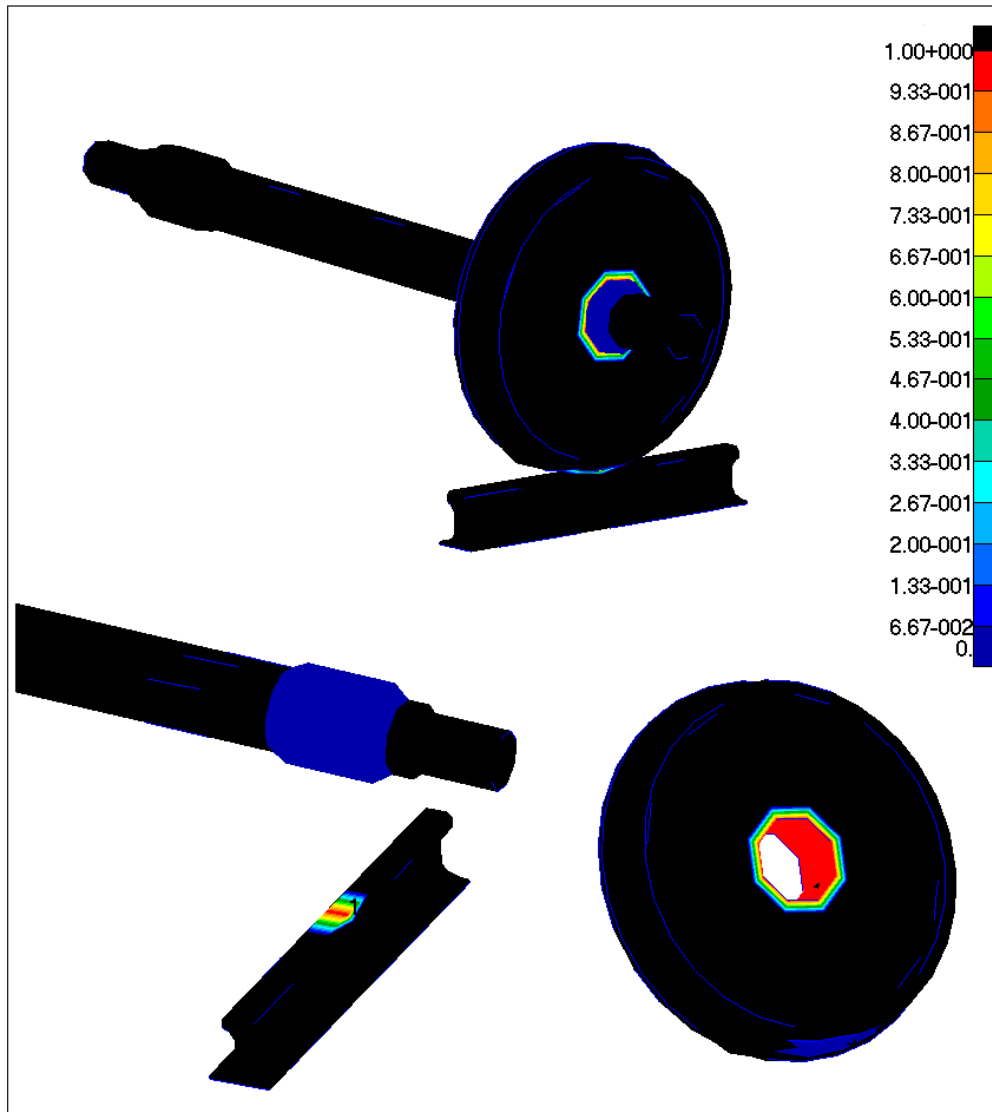


Figura 111. Resultados del estado del contacto en el conjunto montado y en despiece.

11.4.2. Análisis modal

Para realizar el análisis modal, se siguen los siguientes pasos en la pestaña *Analysis*:

- Tipo de solución, modos normales. Formato de los resultados de salida, *XDB* y *MASTER/DBALL*.

- Usando: *Subcases: Subcase Parameters*, se añade la tabla de contacto. se indica el rango de frecuencias entre las que se desean calcular los modos propios y en número de modos deseados. Se solicitan frecuencias entre 0 y 10000 Hz, veinte modos. Se prueba con otros rangos menores de frecuencias (0-1000 Hz, 0 – 500 Hz) sin encontrar modos a frecuencias menores que los del primer rango.
- Se selecciona primero, ejecutar el caso de carga del eje de acero AISI 1040 y luego se repite el análisis para el eje de aluminio 2024 y posteriormente para el eje de titanio Ti-6Al-4V, cambiando primero la configuración necesaria.

11.5. Resultados y análisis de los resultados

La Tabla 30 de a continuación, muestra un resumen de los valores obtenidos, el rango de frecuencias a analizar solicitado es entre 0 – 10000 Hz y se han solicitado 20 modos propios o maneras de vibrar del conjunto.

Dónde:

- f_n es la frecuencia natural del conjunto eje-rueda-raíl.
- σ_{VM} es la tensión de Von Mises.
- Para determinar la variación de las frecuencias naturales del sistema cuando el eje está constituido de aluminio o titanio se han añadido las últimas columnas , de tal manera que los incrementos se han calculado, restando al valor del acero, el valor del aluminio o del titanio, por ejemplo, al comparar con el aluminio los incrementos se calcularon con la siguientes fórmulas:

$$\triangleright \Delta f_n = f_{n,Fe} - f_{n,Al}$$

$$\triangleright \Delta \sigma_{VM} = \sigma_{VM,Fe} - \sigma_{VM,Al}$$

En la esta tabla se han marcado en rojo, los valores donde hay variación de frecuencia natural para ese modo, entre los tres materiales, aparejada a la variación de tensión.

Se adelanta, que estos valores donde hay incrementos coinciden con que el modo de vibración afecta en estos casos sólo al eje, que es único elemento que cambia de material.

En los otros modos, no marcados en rojo, la vibración, deformaciones y tensiones afectan primero a la rueda y en los valores más altos de frecuencia afectan al carril también.

Los datos de salida que da el programa para este análisis relacionados con los desplazamientos, son los autovectores traslacionales, sin embargo los desplazamientos no se pueden obtener de forma directa, aunque se puede observar la deformada del conjunto.

Por tanto, los desplazamientos producidos en el eje constituido de aleaciones de acero, aluminio y titanio no se incluyen en la Tabla 30.

Tabla 30. Resultados de los modos propios de vibración obtenidos. Frecuencias naturales del conjunto y tensiones asociadas.

	ACERO		ALUMINIO		TITANIO		Compara Fe - Al		Compara Fe - Ti	
modo propio	fn (Hz)	σ_{VM} (MPa)	fn (Hz)	σ_{VM} (MPa)	fn (Hz)	σ_{VM} (MPa)	Δfn (Hz)	$\Delta \sigma_{VM}$ (MPa)	Δfn (Hz)	$\Delta \sigma_{VM}$ (MPa)
1	416.12	519	416.86	305	416.53	389	-0.74	214	-0.41	130
2	422.91	455	423.46	270	423.25	342	-0.55	185	-0.34	113
3	663.01	754	663.01	754	663.01	754	0	0	0	0
4	694.83	931	694.83	931	694.83	931	0	0	0	0
5	789.69	883	789.69	883	789.69	883	0	0	0	0
6	933.83	1340	933.83	1340	933.83	1340	0	0	0	0
7	1054.5	1110	1052.5	645	1054.3	826	2	465	0.2	284
8	1078	1720	1078	1720	1078	1720	0	0	0	0
9	1086	925	1083.2	532	1085.6	688	2.8	393	0.4	237
10	1217.2	2660	1217.2	2660	1217.2	2660	0	0	0	0
11	1237.2	1250	1225.2	724	1233.8	931	12	526	3.4	319
12	1661.3	1150	1662.1	678	1662.5	864	-0.8	472	-1.2	286
13	1740.6	4550	1748	2700	1743.7	3420	-7.4	1850	-3.1	1130
14	1748.4	3620	1748.4	3620	1748.4	3620	0	0	0	0
15	1764.9	4490	1776	2660	1769.1	3370	-11.1	1830	-4.2	1120
16	1767.6	4660	1776.3	2760	1771.1	3500	-8.7	1900	-3.5	1160
17	1787.9	2320	1787.9	2320	1787.9	2320	0	0	0	0
18	1802.6	4800	1811.3	1380	1806.9	3600	-8.7	3420	-4.3	1200
19	1811.3	1380	1813.9	2840	1811.3	1380	-2.6	-1460	0	0
20	1841	3780	1841	3780	1841	3780	0	0	0	0

Como se puede observar ante pequeñas variaciones de frecuencias naturales del conjunto en cada modo, producidas por el cambio de material en el eje:

- Las tensiones que se dan varían significativamente, siendo mayores las tensiones del acero en estos casos límites, que las del aluminio o titanio.
- En los resultados gráficos, donde se puede observar la deformada en cada modo, se deduce que las deformaciones con el cambio de material en el eje también varían significativamente.

Otra observación es que el primer modo propio de vibración del conjunto ocurre a una frecuencia aproximada de 416 Hz, que es un valor que está muy por encima de la frecuencia a la que trabaja el eje debido al régimen de giro del tren estimada en 12 Hz.

11.5.1. Modos propios, algunos gráficos

A continuación se incluirán algunos de los resultados gráficos de algunos de los modos más representativos, donde se podrá observar que los modos que en la tabla se marcaron en rojo, son en los que afectan al eje y por eso hay variación de frecuencias naturales y de tensiones máximas.

11.5.1.1. Modo 1. Ejemplo para comparación de materiales en el eje.

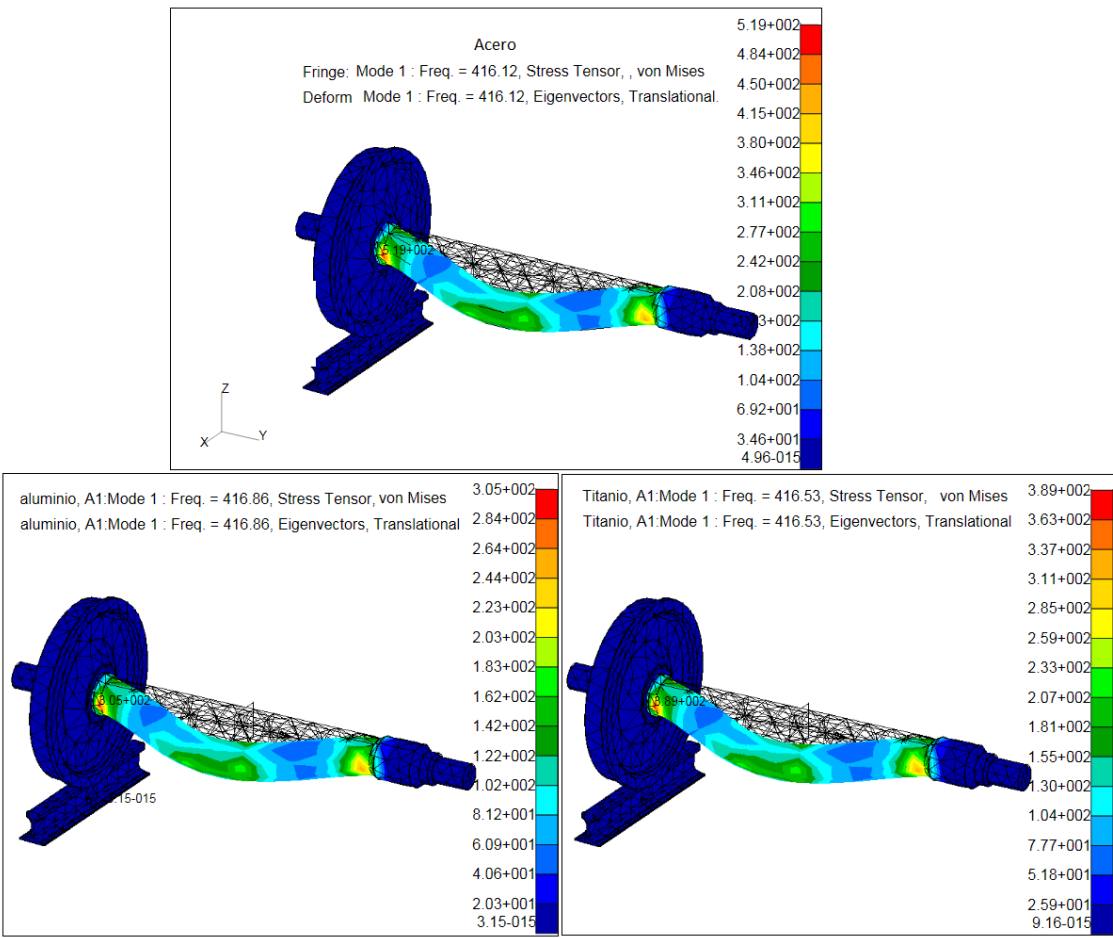


Figura 112: Modo 1 de vibración, aprox. 416 Hz

11.5.1.2. Modo 2. Ejemplo para comparación de materiales en el eje.

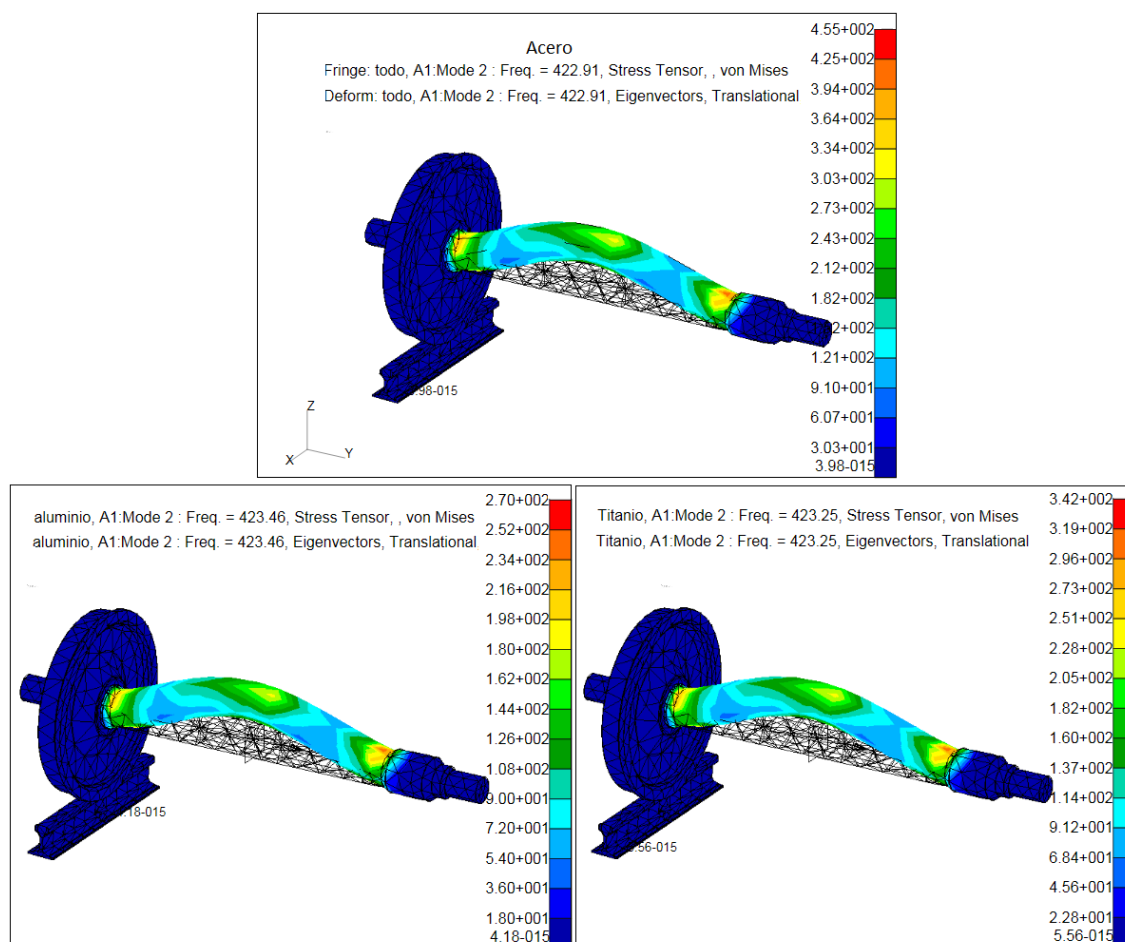


Figura 113. Modo 2 de vibración, aprox. 423 Hz.

11.5.1.3. Otros modos en el eje: modos 7, 8, 9, 11, 16 y 18.

Con el **objetivo principal de ver deformadas del eje**, se incluye la **Figura 114** con la representación gráfica de varios modos propios de vibración en los que se ha representa la distribución de tensiones de Von Mises, sin que sea el objetivo analizarlas este punto.

Las distribuciones de tensión y deformadas se parecen bastante entre el acero, el aluminio y el titanio, aunque con distintos valores, los máximos de tensión correspondientes están incluidos en la Tabla 30.

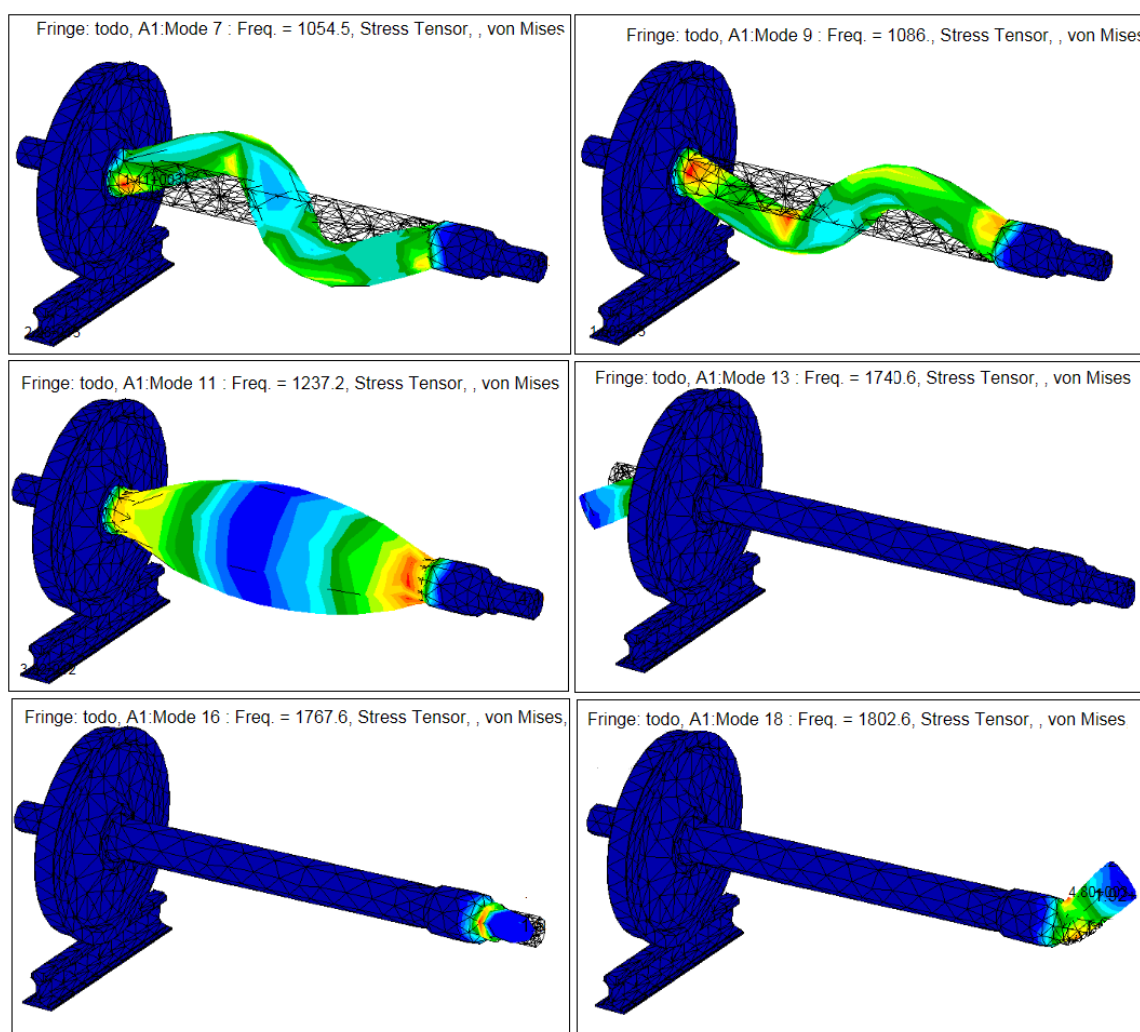


Figura 114. Ejemplos de otros modos en el eje, los valores de tensión de Von Mises máximos se pueden consultar en la Tabla 30.

11.5.2.4. Algunos modos que afectan a rueda y rail

De la misma manera que en el apartado anterior, el objetivo es observar las deformadas en la rueda y el rail, junto con las distribuciones de tensiones.

En el caso de los modos que no afectan al eje, como es en estos que se pueden ver en la Figura 115, las frecuencias naturales, distribuciones de tensión y sus valores, son idénticos para el eje compuesto de cualquiera de los materiales.

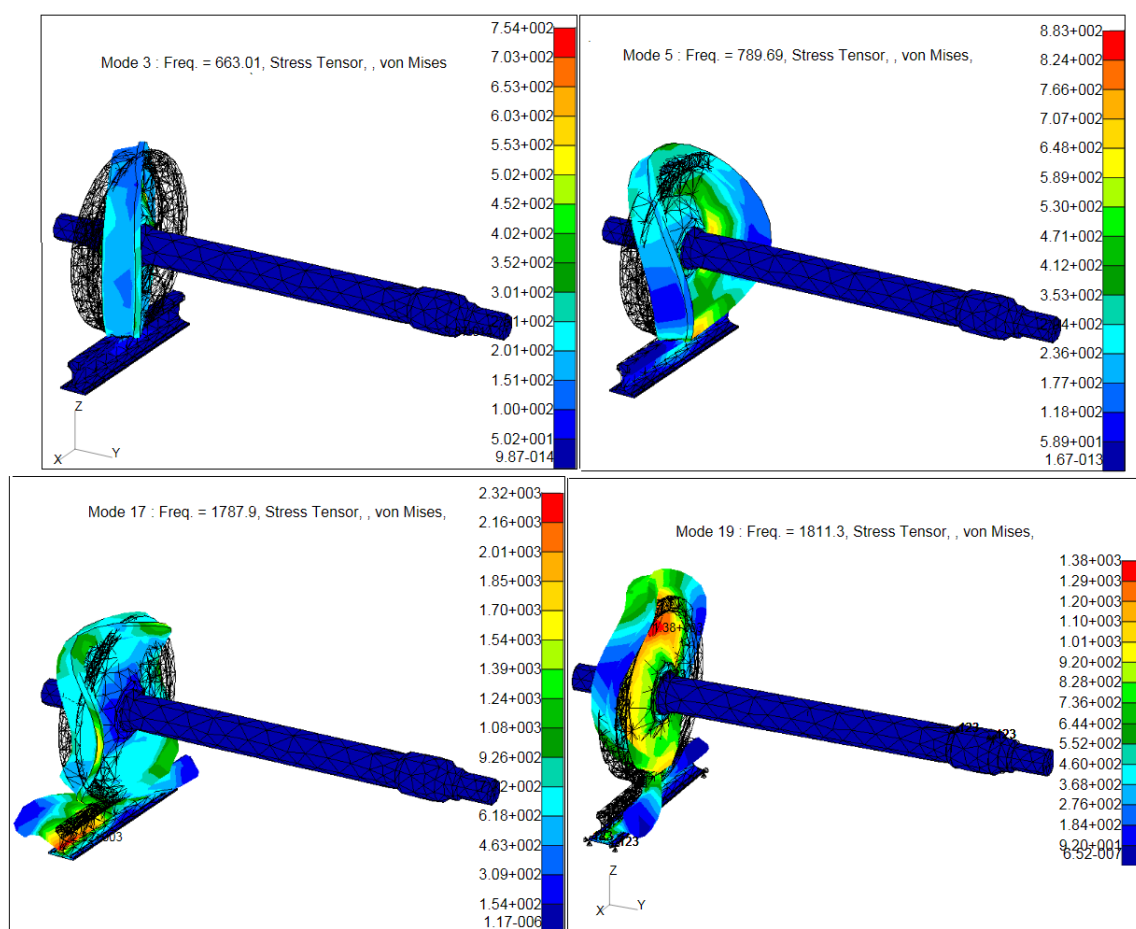


Figura 115. Ejemplos algunos de modos en la rueda y el carril, los valores de tensión de Von Mises máximos se pueden consultar en la Tabla 30

Capítulo 12

Conclusiones y trabajos futuros.

12.1. Conclusiones

Llegados al final de este proyecto fin de carrera podemos afirmar que se ha alcanzado plenamente el objetivo principal planteado al comienzo del mismo: Se ha evaluado utilizando técnicas analíticas y el MEF, el cambio de ciertos parámetros mecánicos de un eje ferroviario (tensiones, deformaciones, vida y modos propios), modelado en CATIA, alternando el material del que está fabricado el eje: acero al carbono (AISI 1040), duraluminio (Al 2024) y una aleación de titanio (Ti-6Al-4V) y trabajando en los tres bajo las mismas cargas.

Tras la evaluación de los análisis propuestos se llegó a las siguientes conclusiones, las cuales desglosaré para mayor claridad:

- Se propone un modelo MEF de un conjunto ferroviario eje-rail-rueda, implementado en CATIA V-R19.
- Se aporta una metodología de trabajo en el modelado, simulación y análisis aplicando el MEF con CATIA V-R19 y PATRAN/NASTRAN 2014.
- El aluminio 2024 y el titanio Ti-6Al-4V tienen menor densidad y por tanto el eje resulta más ligero que si estuviera constituido de acero AISI 1040 pero esto no influye a nivel tensional, debido a dos razones:
 - (a) La carga debida al peso propio del eje es despreciable con respecto a la carga máxima admisible del eje.
 - (b) El resultado de las tensiones producidas, es prácticamente el mismo valor aun cambiando de material, en el análisis estático y en fatiga. Se ha demostrado aplicando la *Ley de Hooke* a los resultados entre los tres materiales, que la relación entre deformaciones producidas y módulo de Young entre el acero, aluminio y titanio seleccionados, se compensan de una manera curiosa.
- Las deformaciones producidas en caso estático aproximadamente se triplican si el eje está constituido de aluminio 2024 y casi se duplican si el eje está constituido de titanio Ti-6Al-4V, con respecto al eje de acero.
- Los factores de seguridad estático (fallo según Von Mises) y dinámicos (Diagramas S-N, criterio de Goodman) muestran que el eje constituido de titanio Ti-6Al-4V, es más seguro que el eje de acero al carbono AISI 1040 y este que el de aluminio 2024-T4.

El eje de aluminio 2024 dura menos ciclos que los otros dos (6.18×10^{17} ciclos) y rompería en los radios de las zonas de cambio de diámetro donde hay acumulación de tensiones.

El titanio Ti-6Al-4V y el acero al carbono AISI 1040 duran como mínimo hasta el límite que se estableció para el cálculo 1×10^{30} ciclos.

- Se comprobó, tanto en el análisis estático como en el de fatiga, que los resultados del eje de acero cumplen los valores máximos de tensión admisible, cotejado con las especificaciones del ensayo de fatiga que aparece en la Norma Europea de Aplicaciones Ferroviarias *UNE-EN 13103. Ejes portadores, método de diseño* [8]

Otras conclusiones reseñables son:

- En el análisis de los modos propios de vibración del conjunto eje-rueda-rail:
 - Después de probar con distintos rangos de frecuencias se llega a la conclusión de que la menor frecuencia natural del primer modo de vibración, ocurre aproximadamente a los 416 Hz y todos los modos propios solicitados ocurren en el rango de frecuencias [416 Hz - 1871 Hz]. Por tanto bajo las condiciones estudiadas, el eje montado no sufre ningún peligro de entrar en resonancia debido al régimen de giro del tren.
 - Se observa que: Los modos propios tienen frecuencias naturales similares para el conjunto de eje-rail-rueda en acero AISI 1040, aluminio 2024 y titanio ti-6Al-4V.
- ¿Qué cambio origina el cambio de material en el eje de acero AISI 1040 a aluminio 2024 o titanio Ti-6Al-4V en los modos propios del conjunto?
 - Cuando el modo propio causa que sólo el eje se deforme a esa frecuencia, como el eje es el único componente que cambia de material, varía la frecuencia natural para el caso del eje de acero, de aluminio y de titanio y varían también significativamente las tensiones respuesta con el cambio de material, siendo mayores las tensiones del acero que las del aluminio o titanio. Las deformaciones con el cambio de material en el eje también varían significativamente de forma visual, pero no se obtuvieron datos de desplazamientos para poder hacer una comparación.
 - En los otros modos propios de vibración, no hay diferencias entre frecuencias naturales ni tensiones para el eje cambiando de material. Esto es porque deformaciones y tensiones afectan a la rueda en los primeros modos y en los valores más altos de frecuencia afectan al carril también.
- Conclusiones del análisis de sensibilidad de los programas informáticos utilizados CATIA V-R19 y PATRAN/NASTRAN 2014 Student Edition.
 - Al ser PATRAN-NASTRAN un programa específico para el cálculo por medio del MEF, es más preciso, eficaz y versátil que CATIA para aplicar el Método de los Elementos Finitos.
 - El cálculo analítico previo de un modelo de la pieza o estructura que se desee analizar, se vuelve una herramienta imprescindible, insustituible por sólo conocimientos del manejo programa de ordenador
 - Para interpretar adecuadamente los gráficos correspondientes a las tensiones máximas, en cualquier programa de MEF hay que alejarse lo suficientemente del punto de aplicación de las cargas y condiciones de contorno. En caso contrario se pueden dar por válidas tensiones mayores de las reales, esto implicaría

sobredimensionar y encarecer el diseño.

- Al mallar, el tamaño de elemento menor, tiene sentido en las regiones sometidas a mayores tensiones, éstas son las áreas donde la geometría cambia rápidamente, como los radios. Una buena estrategia para obtener un mallado eficaz, es modelar la pieza de manera que podamos mallar independientemente las zonas sometidas a mayor tensión con un mallado más fino que el resto de zonas de la pieza, sin embargo modelar la pieza creando zonas independientes entre sí, complica enormemente el modelado de la pieza y es una inversión en tiempo difícilmente justificable.

12.2. Posibles trabajos futuros

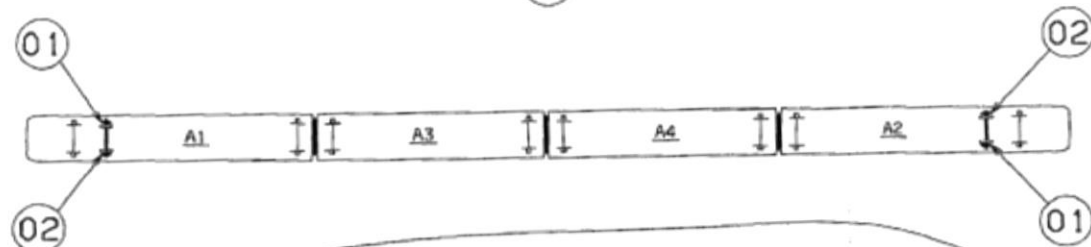
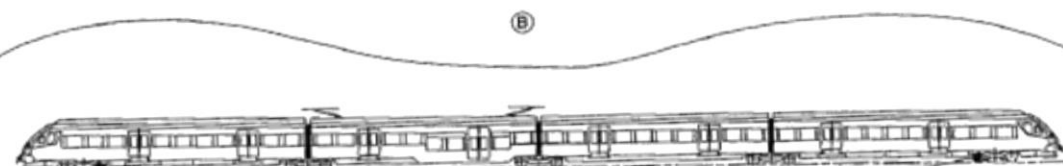
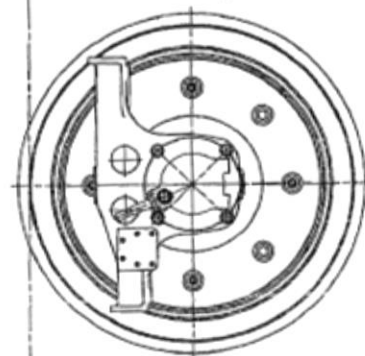
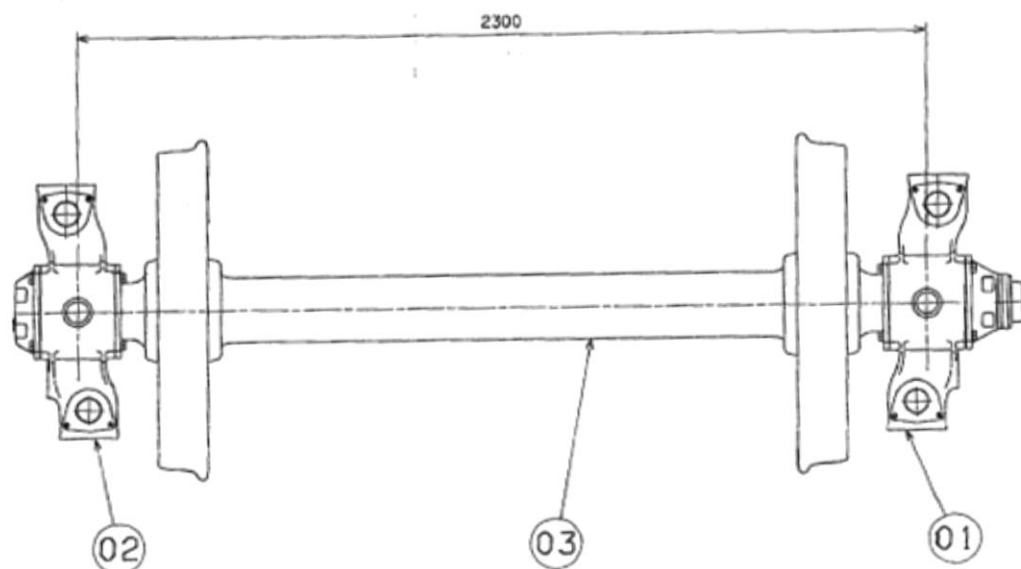
Ampliación del estudio en el análisis de fatiga del eje:

- Realizar una simulación con un espectro que muestre la realidad de los ciclos y las solicitaciones del eje del ferrocarril, este se podría obtener de forma estadística, a partir de medidas tomadas durante la circulación del tren.
- PATRAN/NASTRAN permite otros análisis a fatiga, como por ejemplo determinar el número de ciclos para que se inicie una grieta o el número de ciclos para que esta se propague, sería interesante simular estas.

Ampliación del estudio en el análisis de los modos propios de vibración del conjunto eje-rueda-rail:

- Se sugiere como trabajo futuro estudiar los valores de los desplazamientos.
- También se sugiere estudiar si hay peligro de que ocurra el fenómeno de resonancia debido a los altos niveles de ruido producidos entre la rueda y el carril durante la rodadura, ya que en la teoría ferroviaria se indica que la banda de frecuencias es amplia, entre 400 Hz a 4000 Hz [11].
- Hacer un estudio de los modos propios de vibración simulando cargas alternantes de fatiga en el mismo caso de carga del análisis de los modos de vibración.

Anexo A: Planos: Conjunto del eje montado, eje ferroviario, perfiles UIC-54 y UIC-60



04	PINTURA	1	M. 79.58.001.00		3	2.500
03	EJE MONTADO	1	X. 01.00622.00		0	1526.
02	CONJ. CAJA GRASA ANTIBLOQ	1	M. 79.03.004.00		0	113.7
01	CONJ. CAJA GRASA R.C. y P	1	M. 79.03.001.00		0	119.1
00	CONJUNTO EJE MONTADO	1			3	1761.
ANEXO	DESCRIPCION	CANT.	N° SERVICIADOS O MONTA PARECIENTE	N° REPARE O MONTA LINA	MONT ANTERIOR	
			N° OBRERO O CALIDAD MATERIAL		NOTAS Y OBSERVACIONES	

[illegible]



Anexo B: Parámetros a introducir en el Análisis S-N con PATRAN

Generación de las propiedades estandar S-N [6]

Las propiedades estándar pueden ser generadas para cuatro clases diferentes de materiales: ferrosos (*Ferrous*), aluminio (*Aluminium*), titanio (*Titanium*) y otros. Además de seleccionar la clase de material, el usuario tiene que proporcionar el límite de tensión última del ensayo de tracción (UTS) y estimar el error estándar: *Standard Error of log(N)*.

Para materiales ferrosos, los parámetros genéricos serán calculados como sigue:

Parameter Name	Calculation
MaterialType	99
UTS	User entry
YS	
E	210000 MPa
K_1C	
K_1D	
n_monotonic	
K_monotonic	
Me	0.3
Mp	0.5
Comments	
References	

A continuación, la curva S-N se define por los valores de la tensión a 1000 ciclos (llamar a este valor de resistencia S1) y la vida de transición Nc1 (llame este valor S2). Para materiales ferrosos:

$$S1 = 0.9 \times UTS$$

$$S2 = 0.357 \times UTS$$

Parameter Name	Calculation
SRI1	$2 \times S2 / (Nc1)^{b1}$
b1	$(\log(S2) - \log(S1)) / (\log(Nc1) - 3)$
Nc1	1E6
b2	$b1 / (2 + b1)$
SE	User entry
RR	-1
Nfc	
M1	
M2	
M3	
M4	

Para aleaciones de Aluminio:

Parameter Name	Calculation
MaterialType	100
UTS	User entry
YS	
E	73000 MPa
K_1C	
K_1D	
n_monotonic	
K_monotonic	
Me	0.3
Mp	0.5
Comments	
References	

A continuación, la curva S-N se define por los valores de la tensión a 1000 ciclos (llamar a este valor de la resistencia S1) y la vida de transición Nc1 (llame a este valor S2). Para aleaciones de Aluminio:

$$S1 = 0.7 \times UTS$$

$$S2 = 0.258 \times UTS$$

Parameter Name	Calculation
SRI1	$2 \times S2 / (Nc1)^{b1}$
b1	$(\log(S2) - \log(S1)) / (\log(Nc1) - 3)$
Nc1	5E8
b2	$b1 / (2 + b1)$
SE	User entry
RR	-1
Nfc	
M1	
M2	
M3	
M4	

Para aleaciones de Titanio:

Parameter Name	Calculation
MaterialType	300
UTS	User entry
YS	
E	110000 MPa
K _{1C}	
K _{1D}	
n _{monotonic}	
K _{monotonic}	
Me	0.3
Mp	0.5
Comments	
References	

A continuación, la curva S-N se define por los valores de la tensión a 1000 ciclos (llamar a este valor de resistencia S1) y la vida de transición Nc1 (llame este valor S2). Para aleaciones de Titanio:

$$S1 = 0.8 \times UTS$$

$$S2 = 0.307 \times UTS$$

Parameter Name	Calculation
SRI1	$2 \times S2 / (Nc1)^{b1}$
b1	$(\log(S2) - \log(S1)) / (\log(Nc1) - 3)$
Nc1	1E6
b2	$b1 / (2 + b1)$
SE	User entry
RR	-1
Nfc	
M1	
M2	
M3	
M4	

Capítulo 14

Presupuesto

PRESUPUESTO DEL PROYECTO

1.- Autor:

Fabiola Mogollón Quiroga

2.- Departamento:

Ingeniería Mecánica

3.- Descripción del Proyecto:

Título: ANÁLISIS M.E.F. DE UN SISTEMA DE RODADURA FERROVIARIO, CON EJES DE DIFERENTES MATERIALES

Duración (meses): 4

Tasa de costes indirectos: 15%

4.- Presupuesto Total del Proyecto (valores en Euros): 19245 €

5.- Desglose presupuestario (costes directos):

Gastos informáticos y de impresión

- Mano de obra:
 - Ingeniero Junior (2694.39 €/mes)
 - Diseño e Ingeniería (304 h) 4654€
 - Documentación y Redacción (400 h) 6124€

Gastos informáticos y de impresión:

- Licencias de software:
 - MSC. Patran / Nastran (amortización 1/12) 3333 €
 - CATIA V (amortización 1/12) 918 €
 - Microsoft Office 2010 (amortización 4/12) 126€
- Equipo informático:
 - Ordenador 1000€
 - Impresora 180€

Gastos adicionales:

- Material de oficina 100€
- Repuestos para impresión 150€
- Impresión memoria 200€

Resumen de costes:

- Personal 10778€
- Amortización 5557€
- Costes de funcionamiento 400€
- Costes indirectos (15%) 2510€

TOTAL 19425€

Referencias

- [1] Ministerio de Fomento del gobierno de España. (2015, Oct.) Ministerio de Fomento. CIAF. [Online]. http://www.fomento.es/MFOM/LANG_CASTELLANO/ORGANOS_COLEGIADOS/CIAF/
- [2] CAF. (2015, Oct.) Tren de cercanías CIVIA RENFE. [Online]. <http://www.caf.net/es/productos-servicios/proyectos/proyecto-detalle.php?p=133>
- [3] M. L. Martínez J. Felez, *Dibujo Industrial*. España: Síntesis, 1999.
- [4] Fundación Wikimedia, Inc. (2015) wikipedia. [Online]. <https://es.wikipedia.org>
- [5] N. G. Zamani, *CATIA V5 FEA Tutorials: Release 20.*: SDC Publications, 2011.
- [6] © Copyright 2015 MSC Software Corporation. (2014 y 2015) MSC Software. [Online]. <http://www.mssoftware.com>
- [7] F. J. Pancorbo, *Corrosión, degradación y envejecimiento de los materiales empleados en la edificación*. Barcelona, España: Marcombo, 2011.
- [8] "UNE-EN 13103:2010+A1. Aplicaciones Ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ejes portadores. Método de diseño.," AENOR, Norma Española. 2011.
- [9] Renfe-Operadora. (2015, Aug.) Nuestros trenes. Civia. Automotores eléctricos S-462/3/4/5. [Online]. http://www.renfe.com/viajeros/nuestros_trenes/civia_ficha.html
- [10] J. Álvarez Rodríguez, *Ingeniería ferroviaria*, 1st ed., Juan de la Cuesta, Ed. Madrid, 2010.
- [11] J. Fuentes Losa F. J. González Fernández, *Ingeniería Ferroviaria*, 2nd ed. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia, 2010.
- [12] "II Edición del Curso de Especialización en: Ingeniería Ferroviaria. Tema 4. Material Móvil" J. Plaja Martí. (2015, June) Col·legi D'Enginyers de Camins, Canals I Ports. [Online]. http://www.camins.cat/emailings/Cursos/Curs_ferroviri_2014/ponencies_web/11.4.14/Material%20Movil_Plaja_11.4.14.pdf
- [13] Valledigna accesible. (2015, June) Civia. Tecnología y diseño. [Online]. http://www.valldignaaccessible.org/wp-content/uploads/2007/11/tren_civia.pdf
- [14] Siemens. (2015, May) Vectron-the bogie. [Online]. <http://www.mobility.siemens.com/mobility/global/en/interurban-mobility/rail-solutions/locomotives/vectron/technology/modular-locomotive-concept/flexible-drive/the-bogie>
- [15] SFK. (2015, Sep.) Axelbox Designs. (Vagones de pasajeros y locomotoras. Ferrocarriles. SFK).

- [Online]. <http://www.skf.com/binary/76-62734/RTB-1-03-Axlebox-designs.pdf>
- [16] J. I. Pedrero Moya, *Tecnología de máquinas. Tomo I. Fundamentos Ejes acoplamientos y apoyos*, 1st ed. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia, 2005.
- [17] A. Güemes J.F. Shackelford, *Introducción a la ciencia de materiales para Ingenieros*, 4th ed.: Prentice Hall, 1998.
- [18] "Apuntes de la asignatura Diseño de Máquinas, 3º Ingeniería Industrial Mecánica," Universidad Carlos III de Madrid,.
- [19] R. L. Taylor y J. Z. Zhu O. C. Zienkiewicz, *El método de los elementos finitos. Volumen 1. Las bases.*, 6th ed. España: CIMNE, 2010.
- [20] "Introducción al método de los elementos finitos" A. Carnicero. (2015, June) Universidad Pontificia de Comillas. [Online].
http://www.iit.upcomillas.es/~carnicero/Resistencia/Introduccion_al_MEF.pdf
- [21] Handbook, M, *MIL-HDBK-5H: Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures*, Works of the US Department of Defense, Ed. US, 1998.
- [22] American Society for Metals, *ASM Metals Reference Book*, 2nd ed. Ohio: Metals Park, 1983.
- [23] E. Russell Johnston, J.T. DeWolf F. P. Beer, *Mecánica de Materiales*, 3rd ed. México: McGraw-Hill, 2004.
- [24] Especificación Técnica de Interoperabilidad. ETI, Material Rodante "Locomotoras y Material Rodante de viajeros". Punto 4.2.3.5.2. Ejes montados, 26/04/2011, DIRECTIVA 2008/57/CE.
- [25] "N.T.C. MA 001. Prescripciones Técnicas del Material Rodante convencional.," RENFE/DSC/GCCM, Norma Técnica 2004.
- [26] "UNE-EN-13262:2005+A1. Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ruedas. Requisitos de producto," AENOR, Norma Española.
- [27] "UNE-EN-13261:2009+A1. Aplicaciones Ferroviarias. Ejes montados y bogies.Ejes. Requisitos de producto.," AENOR, Norma Española. 2011.
- [28] A. R. Holowenko, H. G. Laughlin A. S. Hall, "Ajustes y tolerancias," in *Teoría y Problemas de Diseño de Máquinas*. México [etc.: McGraw-Hill, 1971, pp. 18-23.
- [29] "UNE-EN 13260:2010 +A1 Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ejes Montados. Requisitos de producto," AENOR, Norma Española. 2011.
- [30] XVGAS - Web app · Licencia GPLv3 · 2015 · pwnage2apps. (2015, Sep.) XVGAS WEBAPP (beta). [Online]. <http://pwnage2apps.esy.es/xvigas/xvigas.html>
- [31] E. Russell Johnston Jr Ferdinand P. Beer, *Mecánica Vectorial para Ingenieros. Dinámica (Vibraciones pp.1186)*, 6th ed.: Mc Graw Hill, 1998.
- [32] Fundación Wikimedia, Inc. (2015, Sep.) Método de los Elementos Finitos. [Online].
https://es.wikipedia.org/wiki/Método_de_los_elementos_finitos
- [33] Francisco Rebollo Giménez, "Análisis de Ejes Ferroviarios Mediante el Método de los Elementos Finitos," Universidad Carlos III, Madrid, Proyecto Fin de Carrera 2012.